

В.К. Пономаренко

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

ЧАСТЬ II

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

**Санкт-Петербург
2013**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ РАСТИТЕЛЬНЫХ
ПОЛИМЕРОВ»

В.К. Пономаренко

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

ЧАСТЬ II

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Санкт-Петербург
2013

УДК 621.3
ББК 31.21

Пономаренко В.К. Электротехника: лабораторный практикум – СПбГТУРП.- СПб., 2013. Ч. II.-60 с.

Лабораторный практикум состоит из четырех работ, которые выполняются в лабораториях электротехники и электроники кафедры автоматизированного электропривода и электротехники. Настоящее издание содержит необходимые теоретические сведения и описывает методику исследования переходных процессов в линейных электрических цепях с одним и двумя реактивными элементами, нелинейных электрических цепей постоянного тока и нелинейной электрической цепи переменного тока с индуктивной катушкой на ферромагнитном сердечнике.

Предназначен для студентов, изучающих дисциплины «Теоретические основы электротехники», «Теоретическая электротехника», «Электротехника и электроника».

Рецензенты:

канд. техн. наук, доцент кафедры автоматизированного электропривода и электротехники Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров В.Н. Степанов;

канд. техн. наук, доцент, ведущий инженер ООО НПО «СПб ЭК» Е.Н. Ковалев

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом университета в качестве лабораторного практикума.

© В.К. Пономаренко, 2013
© Санкт-Петербургский
государственный технологический
университет растительных
полимеров, 2013

Введение

Представленные лабораторные работы позволяют исследовать переходные процессы в линейных электрических цепях с одним и двумя реактивными элементами, нелинейные электрические цепи постоянного тока и цепи переменного тока с нелинейной индуктивной катушкой.

В лабораторных работах № 1, № 2 исследуются переходные процессы в последовательных цепях R,L ; R,C ; R,L,C при воздействии на них прямоугольных импульсов напряжения.

В цепях с одним реактивным элементом результат измерения напряжений во время переходного процесса в соответствующие моменты времени сопоставляется с результатами расчетов. Рассматривается влияние величины постоянной времени цепи на форму напряжения на конденсаторе и резисторе.

В цепях с двумя реактивными элементами исследуются переходные процессы, имеющие апериодический и колебательный характер. Основные параметры этих режимов определяются экспериментальным и расчетным способами.

В электрической цепи постоянного тока в качестве нелинейного элемента используется лампа накаливания. Исследуются характеристики электрической цепи при последовательном, параллельном и смешанном соединениях нелинейного и линейных элементов. Результаты экспериментов проверяются расчетами графическими и графоаналитическими методами.

При расчете нелинейных магнитных цепей важное значение имеют вебер-амперные характеристики, которые играют ту же роль, что и вольт-амперные характеристики нелинейных элементов в цепях постоянного тока. В качестве нелинейного элемента используется индуктивная катушка с ферромагнитным магнитопроводом.

Лабораторные работы по исследованию переходных процессов выполняются в лаборатории электроники. Элементы исследуемых схем установлены на специальной переносной панели.

Лабораторные работы по исследованию нелинейных цепей выполняются в лаборатории электротехники на базе лабораторного стенда ЛСЭ – 2. Дополнительные элементы исследуемых схем установлены на переносной панели.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Переходные процессы в линейных электрических цепях с одним реактивным элементом

Цель работы: исследование переходных процессов в цепях R, C ; R, L .

Основные теоретические сведения

Возникновение переходного процесса в электрических цепях после коммутации связано с невозможностью мгновенного изменения энергии, запасенной в индуктивности и емкости. Под коммутацией понимается процесс подключения или отключения источников энергии или пассивных элементов электрической цепи, приводящий к изменению схемы или ее параметров. Для упрощения анализа переходных процессов считается, что коммутация происходит мгновенно. За начало отсчета времени переходного процесса принимается момент коммутации ($t = 0$).

Переходный процесс в электрической цепи представляет собой процесс перехода цепи от одного установившегося энергетического состояния к другому. Поэтому его и называют переходным.

Так как энергия магнитного поля и электрического поля определяется соответственно током в индуктивности и напряжением на емкости, то они не могут изменяться скачком. Указанные условия для токов в индуктивностях и напряжений на емкостях позволяют сформулировать два закона коммутации.

В соответствии с первым законом коммутации для тока в индуктивности в начальный момент после коммутации ($t = 0$) можно записать:

$$i_L(0) = i_L(0_-),$$

где $i_L(0_-)$ – ток в индуктивности до коммутации.

Второй закон коммутации применяется для напряжения на емкости:

$$u_C(0) = u_C(0_-),$$

где $u_C(0_-)$ – напряжение на емкости до коммутации.

Таким образом, ток в индуктивности (первый закон коммутации) и напряжение на емкости (второй закон коммутации) не могут изменяться скачком. В первый момент после коммутации они имеют те же значения, что и до коммутации, и во время переходного процесса начинают плавно изменяться со значений $i_L(0)$ и $U_C(0)$. Отметим, что напряжение на индуктивности и ток в емкости могут после коммутации изменяться скачком.

Для расчета переходных процессов используются различные методы,

в том числе классический метод, который основан на решении линейного дифференциального уравнения или системы дифференциальных уравнений для переходного режима, составленных для цепи после коммутации, например, по законам Кирхгофа.

Как известно, общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения (переходной ток или переходное напряжение) равно сумме общего решения однородного дифференциального уравнения (свободная составляющая) и частного решения неоднородного дифференциального уравнения (принужденная составляющая).

Для расчета переходных процессов используются независимые и зависимые начальные условия. Независимые начальные условия определяют из законов коммутации; они могут быть нулевыми или ненулевыми. Зависимые начальные условия определяют значение остальных токов, напряжений и их производных в момент времени $t = 0$.

Рассмотрим переходный процесс в цепи, состоящей из последовательного соединения резистивного R и емкостного C элементов, при подключении к ней постоянного напряжения U (рис.1).

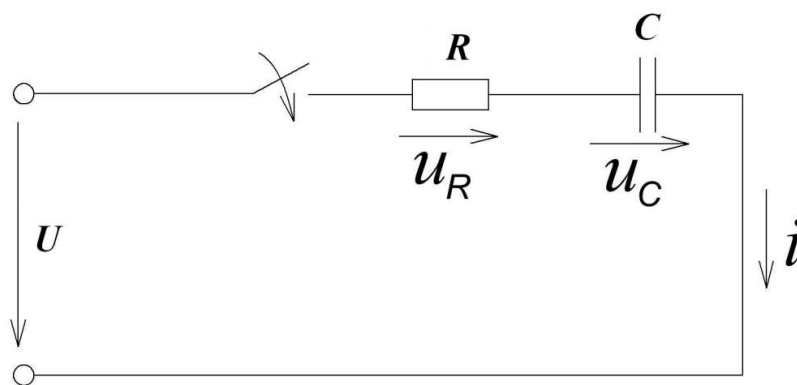


Рис. 1. Подключение цепи R, C к источнику постоянного напряжения

Запишем второй закон Кирхгофа для схемы после коммутации:

$$U = u_R + u_C = Ri + u_C,$$

где u_C – переходное напряжение на емкости,

i – переходный ток.

С учетом того, что $i = C \frac{du_C}{dt}$, получим

$$U = RC \frac{du_C}{dt} + u_C.$$

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения:

$$u_C = u_{C \text{ св}} + u_{C \text{ пр}},$$

где $u_{C \text{ св}}$ – свободная составляющая напряжения,

$u_{C \text{ пр}}$ – принужденная составляющая напряжения.

Для свободного режима в схеме после коммутации идеальный источник напряжения (ЭДС) закорачивается. Дифференциальное и характеристическое уравнения соответственно имеют вид:

$$0 = RC \frac{du_{C \text{ св}}}{dt} + u_{C \text{ св}},$$

$$0 = RCp + 1,$$

откуда корень характеристического уравнения

$$p = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau},$$

где $\tau = RC$ – постоянная времени переходного процесса для данной цепи.

Для действительного (отрицательного) корня решение для свободной составляющей определяется выражением:

$$u_{C \text{ св}} + Ae^{pt} = Ae^{-t/\tau},$$

где A – постоянная интегрирования, которая рассчитывается из начальных условий.

Принужденное напряжение на емкости рассчитывается в схеме с источником постоянного напряжения U после окончания переходного процесса:

$$u_{C \text{ пр}} = U.$$

Таким образом, переходное напряжение на емкости

$$u_C = Ae^{-t/\tau} + U.$$

Так как $u_C(0) = u_C(0_-) = 0$, то $A = -U$. Следовательно,

$$u_C = U(1 - e^{-t/\tau}).$$

Ток в процессе заряда конденсатора и напряжение на резистивном элементе:

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R} e^{-t/\tau}, \quad u_R = Ri = Ue^{-t/\tau}.$$

Графики переходного тока i и переходных напряжений u_R, u_C изображены на рис. 2. Постоянная времени τ может быть определена графически как длина подкасательной к кривой тока или напряжения $u_C(u_R)$.

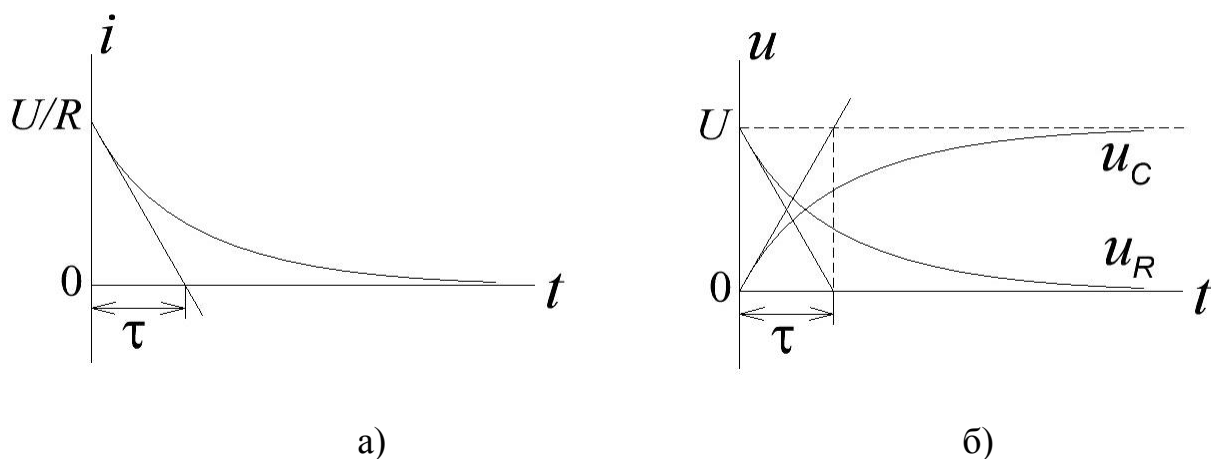


Рис. 2. Зависимости тока (а) и напряжений в цепи (б) во время заряда конденсатора

Так как $u_C(0) = 0$, то при $t = 0$ все напряжение источника приложено к активному сопротивлению R . Зарядный ток в цепи максимален

$$i(0) = U/R$$

После заряда конденсатора до напряжения источника ток становится равным нулю.

Практически можно считать, что переходный процесс заканчивается через время, равное 4τ .

Предположим, что до коммутации емкость C заряжена до напряжения U источника (рис. 3). В момент времени $t = 0$ переключатель отключает цепь от источника, и конденсатор начинает разряжаться на сопротивление R (короткое замыкание цепи).

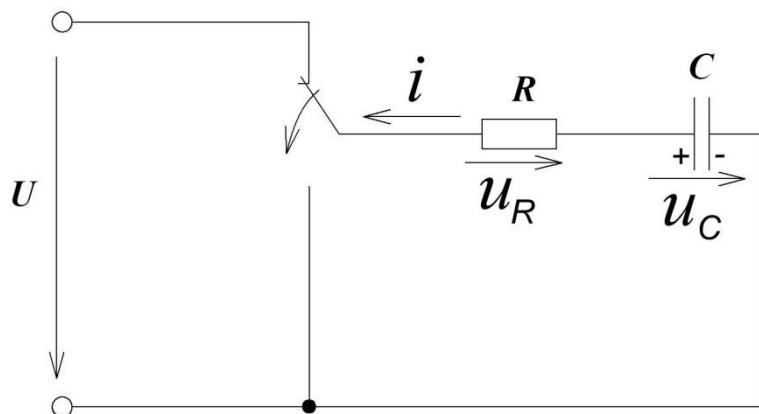


Рис. 3. Отключение заряженного конденсатора от источника напряжения

После окончания переходного процесса принужденный ток и принужденные напряжения u_R, u_C будут равны нулю. Следовательно, переходной ток и переходные напряжения равны свободным составляющим.

Второй закон Кирхгофа для схемы после коммутации описывается однородным дифференциальным уравнением:

$$0 = RC \frac{du_C}{dt} + u_C,$$

где $u_C = u_{C\text{св}}$.

Общее решение уравнения имеет вид:

$$u_C = Ae^{-t/\tau} = Ue^{-t/\tau}.$$

Постоянная интегрирования $A=U$; она определяется для момента времени $t = 0$ из начального условия:

$$u_C(0) = u_C(0_-) = U.$$

Ток и напряжение на активном сопротивлении определяются выражениями:

$$i = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{U}{R} e^{-t/\tau}, \quad u_R = Ri = -Ue^{-t/\tau}.$$

Кривые тока и напряжений во время переходного процесса изображены на рис. 4. Знак «минус» указывает на то, что разрядный ток по направлению противоположен зарядному току.

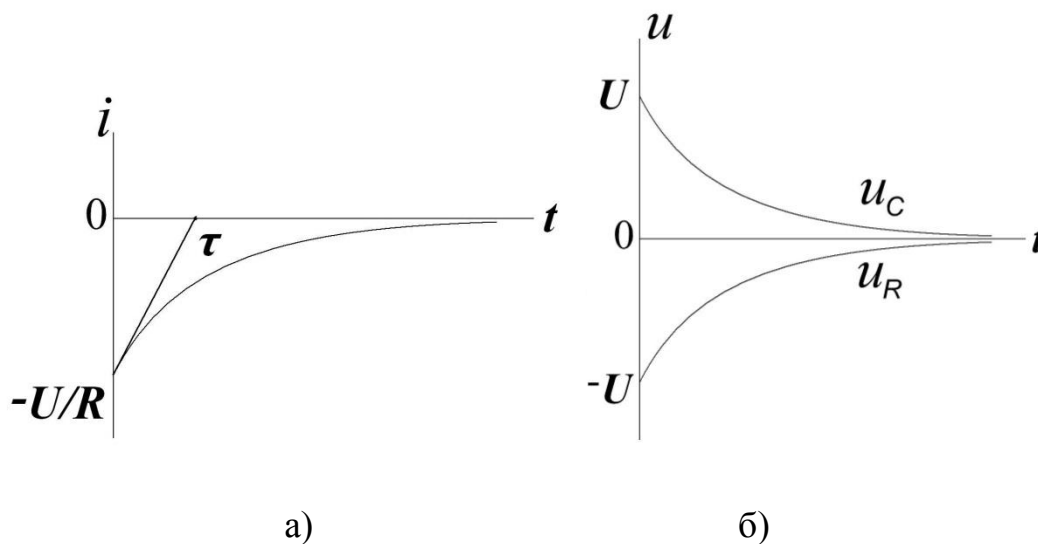


Рис. 4. Зависимости тока (а) и напряжений в цепи (б) во время разряда конденсатора

В лабораторной работе для исследования переходных процессов на электрическую цепь подаются прямоугольные положительные импульсы напряжения амплитудой U и длительностью t_u при нулевых начальных

условиях (рис. 5). Переходный процесс в цепи может быть рассчитан на основе рассмотренных выше двух переходных процессов (подключение цепи к источнику постоянного напряжения и отключение заряженного конденсатора от источника напряжения).

В момент времени $t = 0$ положительный импульс подается на вход цепи R, C ; до окончания импульса электрические процессы в цепи будут аналогичны процессам при подключении цепи к источнику постоянного напряжения U .

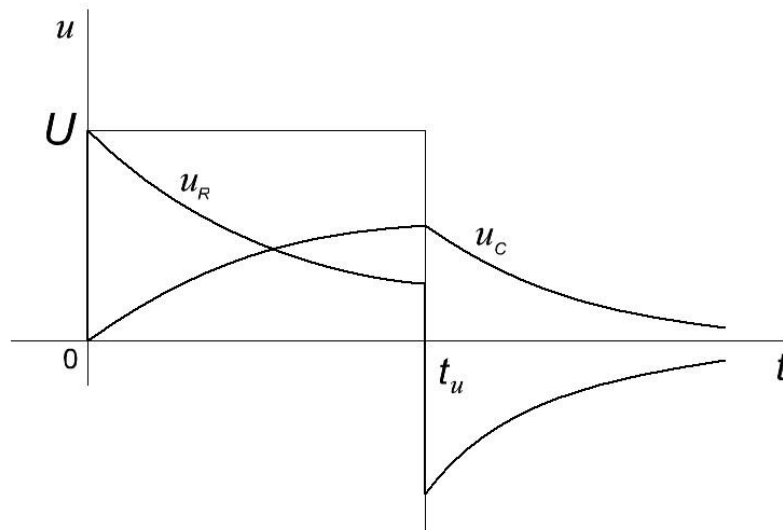


Рис. 5. Переходный процесс в цепи R, C при воздействии прямоугольного импульса ($t_u < 4\tau$)

Когда импульс заканчивается ($t = t_u$), происходит отключение цепи от источника постоянного напряжения, конденсатор C начинает разряжаться на сопротивление R :

$$u_C = u_{C \text{ сб}} = Ae^{-t/\tau}.$$

Постоянная времени A определяется из условия равенства напряжений u_C в момент времени t_u при заряде и разряде конденсатора:

$$U(1 - e^{t_u/\tau}) = Ae^{-t_u/\tau},$$

откуда $A = U(e^{t_u/\tau} - 1)$.

Таким образом, при разряде конденсатора ($t \geq t_u$) напряжение на емкостном элементе определяется выражением

$$u_C = U(e^{t_u/\tau} - 1)e^{-t/\tau}.$$

Переходный ток и переходное напряжение на резистивном элементе:

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R} e^{-t/\tau} (1 - e^{t_u/\tau}), \quad u_R = Ri = U e^{-t/\tau} (1 - e^{t_u/\tau}).$$

Форма напряжений u_R, u_C зависит от соотношения постоянной времени τ и длительности импульса t_u (рис. 6).

Цепь с большой постоянной времени называется интегрирующей (рис. 6б); цепь с малой постоянной времени называется дифференцирующей (рис. 6в).

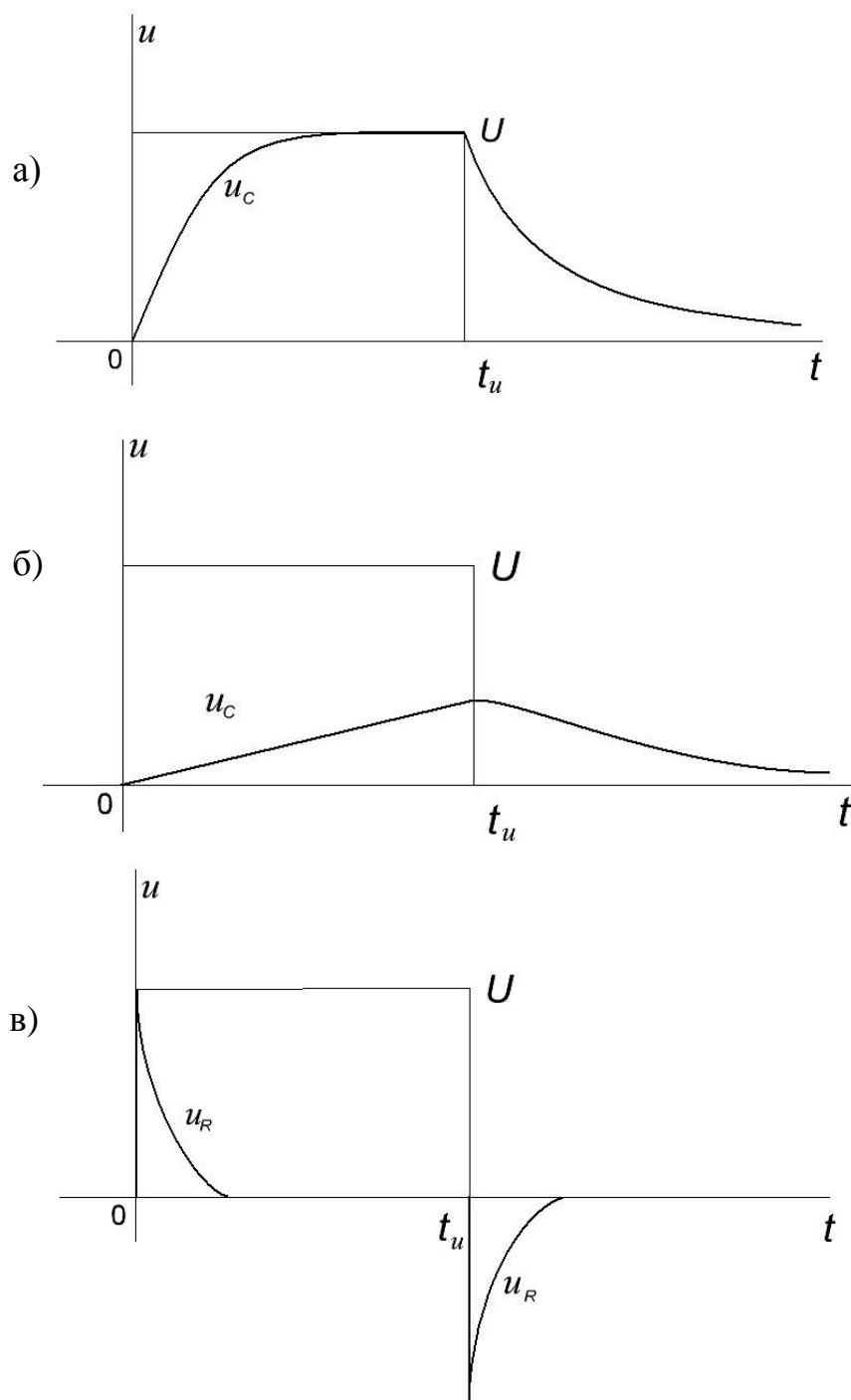


Рис. 6. Переходный процесс при $t_u > 4\tau$ (а), $t_u < \tau$ (б), $\tau \ll t_u$ (в)

На рис. 7 изображена схема электрической цепи R, L при подключении ее к источнику постоянного напряжения U . Второй закон Кирхгофа для схемы после коммутации имеет вид:

$$U = u_L + u_R = L \frac{di}{dt} + Ri,$$

где i – переходный ток.

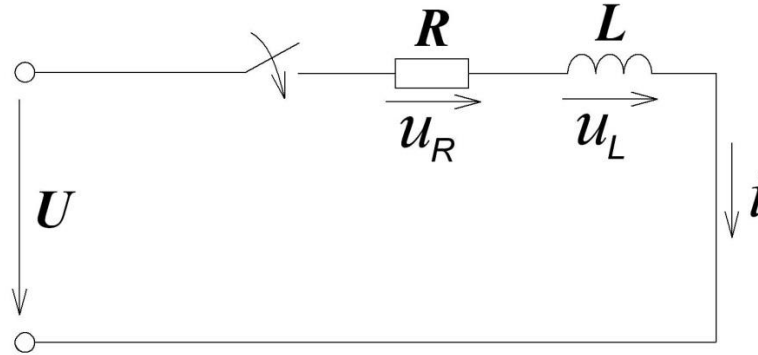


Рис. 7. Подключение цепи R, L к источнику постоянного напряжения

Общее решение этого дифференциального уравнения определяется выражением:

$$i = i_{\text{св}} + i_{\text{пр}} = Ae^{-t/\tau} + \frac{U}{R},$$

где $\tau = L/R$ – постоянная времени цепи RL .

Постоянная интегрирования A находится из начального условия на основе первого закона коммутации:

$$i(0) = i(0_-) = 0.$$

Таким образом, для момента времени $t = 0$ получаем уравнение

$$0 = A + \frac{U}{R},$$

откуда $A = -U/R$.

Следовательно, переходный ток

$$i = \frac{U}{R} (1 - e^{-t/\tau}),$$

переходные напряжения:

$$u_R = Ri = U (1 - e^{-t/\tau}), \quad u_L = L \frac{di}{dt} = U e^{-t/\tau}.$$

Графики для переходного тока и переходных напряжений изображены на рис.8.

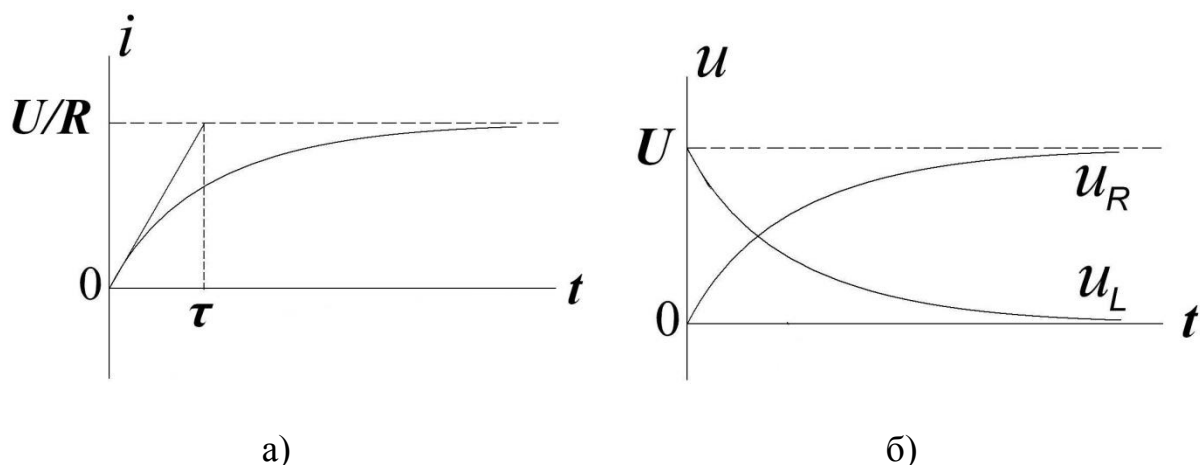


Рис. 8. Графические зависимости тока (а) и напряжений в цепи (б) во время переходного процесса

На рис. 9 представлена схема электрической цепи R, L , в которой протекает постоянный ток $I = U/R$. После отключения цепи от источника постоянного напряжения U (короткое замыкание цепи) в цепи возникает переходный процесс.

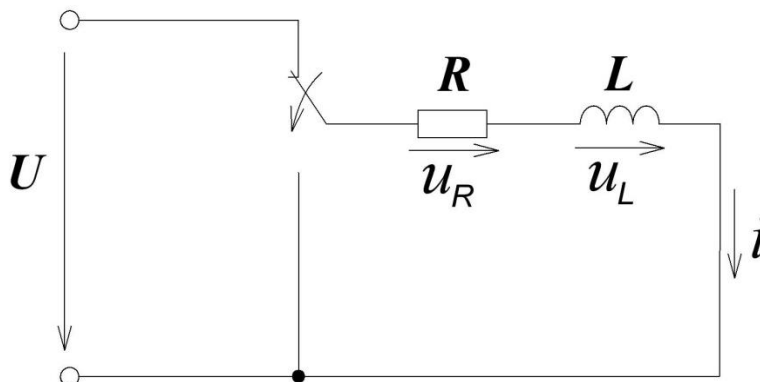


Рис.9. Отключение цепи R, L от источника постоянного напряжения (короткое замыкание)

Так как после окончания переходного процесса $i_{пр} = 0$, переходный ток равен свободному току:

$$i = i_{св} = Ae^{-t/\tau}.$$

В соответствии с первым законом коммутации $i(0) = i(0_-) = U/R$, следовательно, постоянная интегрирования $A = U/R$.

Таким образом,

$$i = \frac{U}{R} e^{-t/\tau}; \quad u_R = Ri = Ue^{-t/\tau}; \quad u_L = L \frac{di}{dt} = -Ue^{-t/\tau}.$$

Графики тока и напряжений для переходного процесса представлены на рис.10.

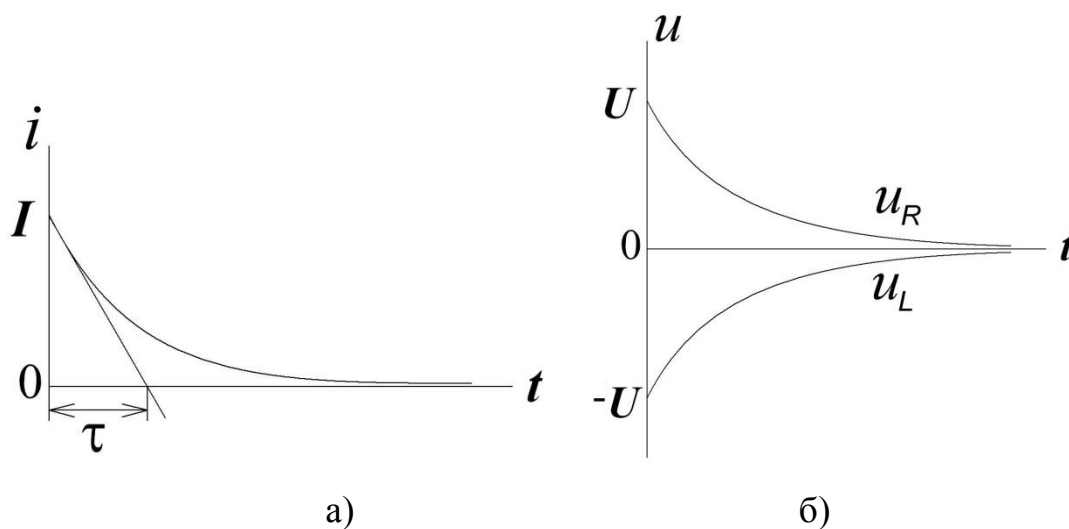


Рис. 10. Графические зависимости тока (а) и напряжений в цепи (б) после коммутации

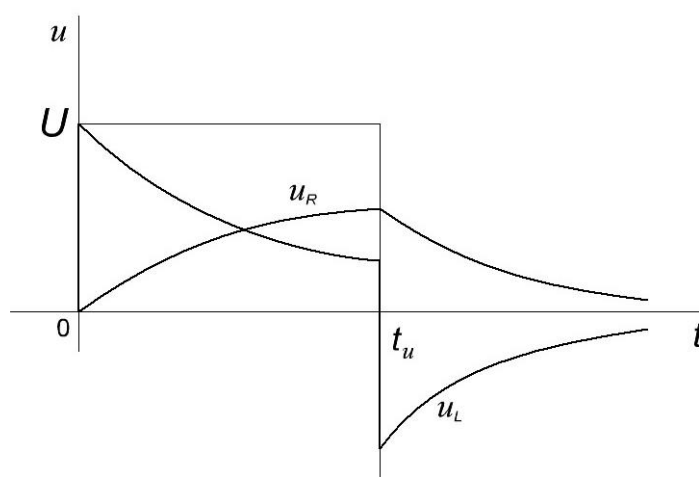


Рис.11. Переходный процесс в цепи R,L при воздействии прямоугольного импульса

На рис. 11 изображены переходные напряжения u_R, u_L при воздействии на цепь R,L положительного прямоугольного импульса для случая $t_u < 4\tau$.

В интервале времени от 0 до t_u напряжения u_R, u_L в соответствующий момент времени рассчитываются по формулам:

$$u_R = U \left(1 - e^{-t/\tau} \right), \quad u_L = U e^{-t/\tau}.$$

Для $t \geq t_u$:

$$u_R = U e^{-t/\tau} \left(e^{t_u/\tau} - 1 \right), \quad u_L = U e^{-t/\tau} \left(1 - e^{t_u/\tau} \right).$$

Схемы исследуемых электрических цепей

В лабораторной работе исследуются переходные процессы в электрических цепях, изображенных на рис. 12,13,14,15.

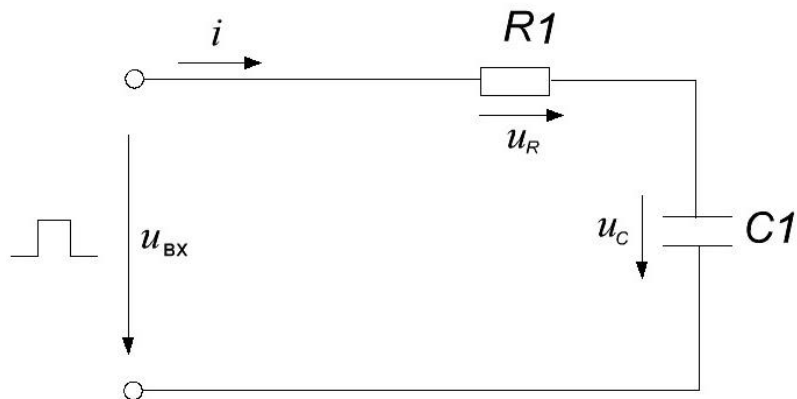


Рис. 12. Переходное напряжение u_C при подаче на вход цепи R,C прямоугольного импульса

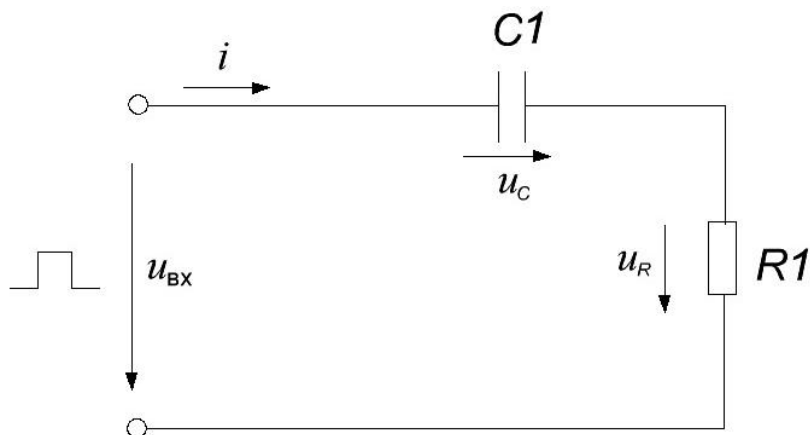


Рис. 13. Переходное напряжение u_R при подаче на вход цепи R,C прямоугольного импульса

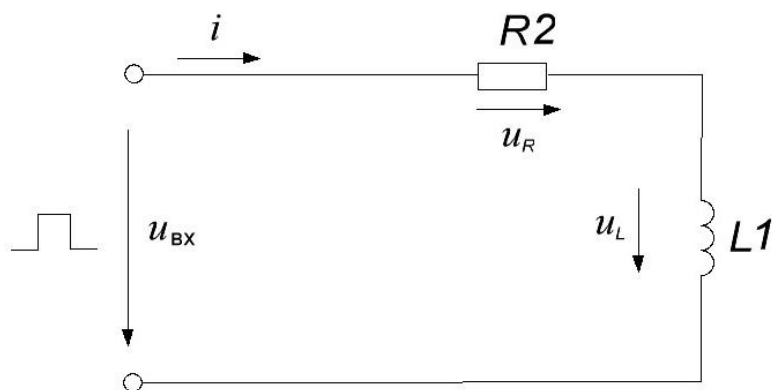


Рис. 14. Переходное напряжение u_L при подаче на вход цепи R,L прямоугольного импульса

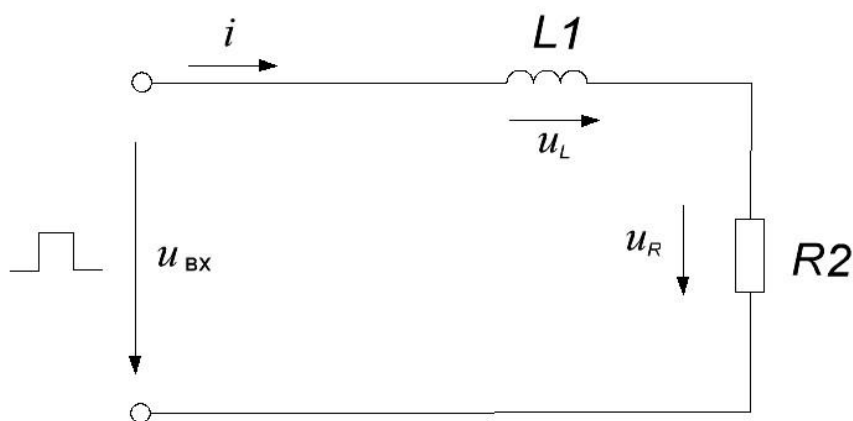


Рис. 15. Переходное напряжение u_R при подаче на вход цепи R,L прямоугольного импульса

Используемое электротехническое оборудование

Генератор импульсов;
осциллограф;
конденсатор $C1=0,01\text{ мкФ}$;
индуктивная катушка $L1=0,25\text{ мГн}$;
резисторы $R1=2\text{ кОм}$, $R2=1\text{ кОм}$, $R3=7\text{ кОм}$.

Порядок выполнения работы

1. Для схемы, изображенной на рис. 12, рассчитайте постоянную времени цепи τ .

Установите на генераторе импульсов амплитуду положительных прямоугольных импульсов $U = 5\text{ В}$, длительность импульсов $t_u = 8\tau$, период следования импульсов $T = 3t_u$. Подключите выход « \square » генератора импульсов на вход канала A осциллографа, добейтесь устойчивого изображения сигнала. Указанные параметры импульсов измерьте с помощью осциллографа, при необходимости откорректируйте их.

Соберите схему, изображенную на рис.12. Подключите выход « \square » генератора и канал A осциллографа на вход схемы, а канал B осциллографа – на напряжение u_C .

Необходимо, чтобы элемент схемы, с которого снимается напряжение на осциллограф, имел общую заземленную точку с источником выходного напряжения. В осциллографе можно осуществлять как внешнюю, так и внутреннюю синхронизацию.

2. Зарисуйте с экрана осциллографа осциллограммы входного прямоугольного импульса $u_{вх}$ и напряжения u_C , укажите масштабы по осям. Графическим путем определите постоянную времени τ , сравните с расчетной величиной.

Измерьте напряжение на конденсаторе в момент времени τ при заряде

конденсатора и в момент времени $(t_u + \tau)$ при разряде конденсатора. Запишите результаты измерений в табл. 1.

3. Поменяйте местами резистор и конденсатор в соответствии со схемой, изображенной на рис. 13. Зарисуйте осциллограммы напряжений u_R и входного прямоугольного импульса.

Измерьте напряжение $u_R(\tau)$ и $u_R(t_u + \tau)$, результаты запишите в табл. 1.

4. Замените в исследуемой схеме (рис.13) резистор $R1$ на $R2$, чтобы уменьшить постоянную времени. Зарисуйте в масштабе осциллограммы напряжений $u_{вх}$ и u_R .

5. Исследуйте переходный процесс в схеме, изображенной на рис. 12, заменив резистор $R1$ на $R3$, чтобы увеличить постоянную времени. Зарисуйте в масштабе осциллограммы напряжений $u_{вх}$ и u_C .

Измерьте напряжение на конденсаторе $u_C(t_u)$ в момент времени t_u . Запишите результаты в табл. 2.

6. Соберите схему, изображенную на рис. 14. Зарисуйте в масштабе осциллограммы напряжений $u_{вх}$ и u_L . Рассчитайте постоянную времени τ .

Установите следующие параметры прямоугольного импульса на входе схемы: $U = 5В, t_u = 3\tau, T = 4t_u$.

По осциллограмме определите постоянную времени, сравните с расчетной величиной.

Измерьте напряжения $u_L(\tau)$ и $u_L(t_u + \tau)$.

Результаты запишите в табл. 3.

7. Поменяйте местами резистор и индуктивную катушку (рис. 15). Зарисуйте осциллограммы напряжений $u_{вх}$ и u_R . Измерьте напряжения $u_R(\tau)$ и $u_R(t_u + \tau)$.

Результаты запишите в табл. 3.

Таблица 1

Измерено					Вычислено				
Заряд C		Разряд C		τ	Заряд C		Разряд C		τ
$u_C(\tau)$	$u_R(\tau)$	$u_C(t_u + \tau)$	$u_R(t_u + \tau)$		$u_C(\tau)$	$u_R(\tau)$	$u_C(t_u + \tau)$	$u_R(t_u + \tau)$	
В	В	В	В	мкс	В	В	В	В	мкс

Таблица 2

Измерено	Вычислено	
$u_C(t_u)$	$u_C(t_u)$	$u_R(t_u)$
В	В	В

Таблица 3

Измерено					Вычислено				
Подключе ние к источнику		Отключение от источника		τ	Подключе ние к источнику		Отключение от источника		τ
$u_L(\tau)$	$u_R(\tau)$	$u_L(t_u + \tau)$	$u_R(t_u + \tau)$		$u_L(\tau)$	$u_R(\tau)$	$u_L(t_u + \tau)$	$u_R(t_u + \tau)$	
В	В	В	В	мкс	В	В	В	В	мкс

Содержание отчета

1. Цель работы.
2. Исследуемые схемы, таблицы с результатами измерений и вычислений.
3. Осциллограммы напряжений $u_{вх}$, u_C , u_R для п. 2,3, изображенные на одном рисунке. Графическое определение постоянной времени τ и ее расчет. На осциллограммах обозначить параметры входного импульса и напряжения $u_C(\tau)$, $u_R(\tau)$, $u_C(t_u + \tau)$, $u_R(t_u + \tau)$.
Расчетные формулы для вычисления указанных напряжений. Результаты расчета, записанные в табл. 1.
Расчет и график переходного тока для цепи RC (рис.13).
4. Осциллограммы напряжений $u_{вх}$, u_R для п.4. Расчет постоянной времени τ .
5. Осциллограммы напряжений $u_{вх}$, u_C для п.5. Расчет напряжений $u_C(t_u)$, $u_R(t_u)$ и постоянной времени τ . График $u_R(t)$.
6. Экспериментальные результаты и необходимые расчеты для цепи R,L в соответствии с п. 6,7. Осциллограммы напряжений $u_{вх}$, u_R , u_L , изображенные на одном рисунке с обозначением измеренных напряжений в моменты времени τ , $(t_u + \tau)$.

Контрольные вопросы

1. Каковы причины возникновения переходных процессов в электрических цепях?
2. Как сформулировать законы коммутации?
3. В чем сущность классического метода расчета переходных процессов? Что такое свободный и принужденный режимы?
4. Как рассчитать постоянную времени τ для цепей R,L ; R,C ? Как определить постоянную времени τ графическим способом?
5. Как можно рассчитать переходный процесс классическим методом в цепи R,C (R,L) при воздействии на цепь прямоугольного импульса?
6. Как зависит форма напряжений на элементах цепи R,C (R,L) от величины τ при подаче на выход цепи прямоугольного импульса?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Переходные процессы в электрической цепи с двумя реактивными элементами

Цель работы: исследование переходных процессов в последовательной цепи R, L, C при подключении к ней источника постоянного напряжения.

Основные теоретические сведения

Запишем уравнение второго закона Кирхгофа для схемы, изображенной на рис. 15, после коммутации:

$$U = u_L + u_R + u_C = L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt.$$

Уравнение после дифференцирования приводится к одному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$0 = L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C}.$$

Это означает, что данное уравнение соответствует свободному режиму и переходной ток равен свободному ($i = i_{св}$). В установившемся режиме после заряда конденсатора от источника постоянного напряжения принужденный ток будет равен нулю ($i_{пр} = 0$).

Однородному дифференциальному уравнению соответствует характеристическое уравнение:

$$0 = p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC};$$

корни которого:

$$p_{1,2} = -R/2L \pm \sqrt{(R/2L)^2 - 1/LC} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2},$$

где $\delta = R/2L$ – коэффициент затухания,

$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – угловая резонансная частота контура.

Корни уравнения могут быть действительными ($\delta \geq \omega_0$) или комплексными и сопряженными ($\delta < \omega_0$). Для действительных корней решение однородного дифференциального уравнения имеет аperiодический характер, а для комплексных – колебательный.

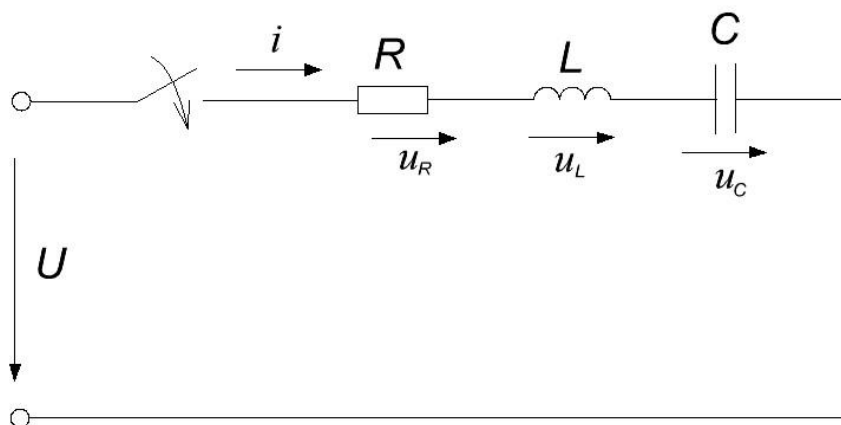


Рис. 15. Подключение цепи R, L, C к источнику постоянного напряжения

Наименьшее активное сопротивление, соответствующее предельному случаю аperiodического процесса, называется критическим:

$$R_{\text{кр}} = 2\sqrt{L/C}.$$

Рассмотрим три возможных случая при включении цепи R, L, C на постоянное напряжение.

Пусть $\delta < \omega_0$, т.е. $R > R_{\text{кр}}$. Корни характеристического уравнения получаются действительными и отрицательными числами:

$$p_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}, \quad p_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2},$$

причем $|p_1| < |p_2|$.

Общее решение однородного дифференциального уравнения имеет вид:

$$i = i_{\text{св}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Постоянные интегрирования определяются из двух начальных условий. Независимое начальное условие записывается на основе первого закона коммутации:

$$i(0) = i(0_-) = 0,$$

откуда уравнение переходного тока для момента времени $t = 0$:

$$i(0) = 0 = A_1 + A_2$$

Второе зависимое начальное условие находится из уравнения второго закона Кирхгофа для схемы после коммутации при $t = 0$:

$$Ri(0) + L \frac{di}{dt}(0) + u_c(0) = U.$$

Так как $u_c(0) = u_c(0_-) = 0$, то зависимое начальное условие определяется выражением:

$$\frac{di}{dt}(0) = \frac{U}{L}.$$

Определяем производную переходного тока:

$$\frac{di}{dt} = A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t}$$

и записываем ее для момента коммутации:

$$\frac{di}{dt}(0) = A_1 p_1 + A_2 p_2 = \frac{U}{L}.$$

Из уравнений $i(0)$ и $di/dt(0)$ определяем постоянные интегрирования:

$$A_1 = -A_2 = \frac{U}{L(p_1 - p_2)^1},$$

где $p_1 - p_2 = 2\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$.

Таким образом, переходный ток в апериодическом режиме определяется выражением:

$$i = \frac{U}{L(p_1 - p_2)} e^{p_1 t} - \frac{U}{L(p_1 - p_2)} e^{p_2 t} = \frac{U}{L(p_1 - p_2)} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}).$$

Переходные напряжения на элементах цепи:

$$u_R = u_{R_{св}} = Ri = \frac{UR}{L(p_1 - p_2)} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t});$$

$$u_L = u_{L_{св}} = L \frac{di}{dt} = \frac{U}{p_1 - p_2} (p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t});$$

$$u_c = u_{c_{св}} + u_{c_{np}} = \frac{1}{C} \int i dt + U = \frac{U}{p_1 - p_2} (p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t}) + U.$$

На рис. 16 показана кривая переходного тока i . Так как $|p_1| < |p_2|$, экспонента $A_1 e^{p_1 t}$ затухает медленнее, чем экспонента $A_2 e^{p_2 t}$.

На рис. 17. Приведены графики переходных напряжений u_C, u_L и переходного тока с указанием характерных точек для моментов времени t_1, t_2 .

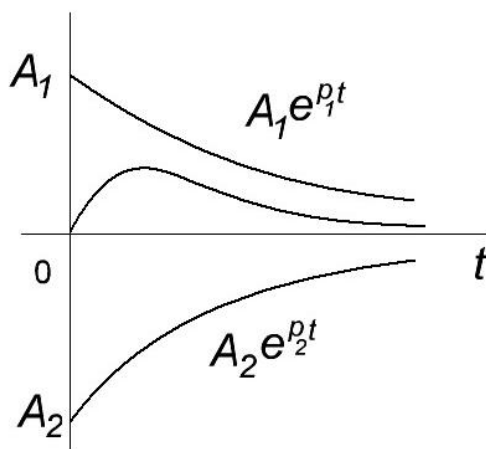


Рис. 16. График переходного тока в аperiodическом режиме

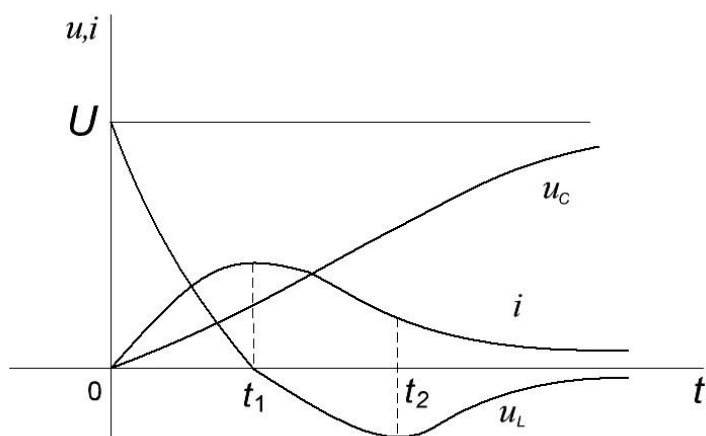


Рис. 17. Графики тока и напряжений для аperiodического режима

Напряжение u_C монотонно возрастает от нуля до напряжения источника U . В момент времени t_1 ток достигает максимума, а кривая u_C становится более полой. Это время можно рассчитать, приравняв к нулю производную тока:

$$t_1 = \frac{1}{p_1 - p_2} \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

В первый момент после коммутации напряжение на индуктивности равно напряжению источника, затем оно уменьшается и в момент времени t_1 становится равным нулю. Далее u_L становится отрицательным и в момент времени t_2 достигает некоторого максимума, после чего уменьшается и стремится к нулю, что связано с перегибом кривой тока i . Момент времени t_2 можно рассчитать, приравняв к нулю производную напряжения u_L :

$$t_2 = 2t_1.$$

Переходное напряжение u_R по форме повторяет график тока.

Если $\delta = \omega_0$ ($R = R_{кр}$), корни характеристического уравнения будут действительные и равные:

$$p_1 = p_2 = -\delta = -\frac{R}{2L}.$$

Это предельный случай апериодического процесса. Кривые i, u_C, u_L по форме не отличаются от графиков зависимостей, приведенных на рис. 17., однако переменные быстрее возрастают и убывают.

Если $\delta < \omega_0$ ($R < R_{кр}$), то корни характеристического уравнения получаются комплексными и сопряженными (с отрицательной действительной частью):

$$p_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -\delta \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta \pm j\omega_{св},$$

где $\omega_{св} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ – угловая частота свободных (собственных) колебаний тока и напряжений во время переходного процесса в цепи R, L, C .

Переходный процесс носит колебательный характер.

Период затухающих колебаний

$$T_{св} = \frac{2\pi}{\omega_{св}}.$$

Общее решение однородного дифференциального уравнения для свободного режима в этом случае имеет вид:

$$i = i_{св} = A_1 e^{-\delta t} \sin \omega_{св} t + A_2 e^{-\delta t} \cos \omega_{св} t.$$

Для определения постоянных интегрирования применяются начальные условия, рассчитанные выше:

$$i(0) = 0, \quad \frac{di}{dt}(0) = \frac{U}{L}.$$

Из независимого начального условия следует:

$$0 = A_1 \cdot 0 + A_2 \cdot 1, \quad \text{откуда } A_2 = 0 \quad \text{и} \quad \text{переходный ток } i = A_1 e^{-\delta t} \sin \omega_{св} t.$$

Пользуясь зависимым начальным условием, получим

$$U/L = A_1 \omega_{св}, \quad \text{откуда } A_1 = U/\omega_{св} L.$$

Таким образом, переходный ток в колебательном (периодическом) режиме

$$i = i_{\text{CB}} = \frac{U}{\omega_{\text{CB}} L} e^{-\delta t} \sin \omega_{\text{CB}} t.$$

Переходные напряжения на элементах цепи:

$$u_R = u_{R_{\text{CB}}} = R i_{\text{CB}} = \frac{RU}{\omega_{\text{CB}} L} e^{-\delta t} \sin \omega_{\text{CB}} t;$$

$$\begin{aligned} u_L = u_{L_{\text{CB}}} &= L \frac{di_{\text{CB}}}{dt} = \frac{U}{\omega_{\text{CB}} L} e^{-\delta t} (\omega_{\text{CB}} \cos \omega_{\text{CB}} t - \delta \sin \omega_{\text{CB}} t) = \\ &= -\frac{U\omega_0}{\omega_{\text{CB}}} e^{-\delta t} \sin(\omega_{\text{CB}} t - \psi); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_C = u_{C_{\text{CB}}} + u_{C_{\text{пр}}} &= \frac{1}{C} \int i_{\text{CB}} dt + U = U - \frac{U}{\omega_{\text{CB}}} e^{-\delta t} (\omega_{\text{CB}} \cos \omega_{\text{CB}} t + \delta \sin \omega_{\text{CB}} t) = \\ &= -\frac{U}{\omega_{\text{CB}}} e^{-\delta t} (\omega_0 \sin \psi \cos \omega_{\text{CB}} t + \omega_0 \cos \psi \sin \omega_{\text{CB}} t) = \\ &= U - \frac{U\omega_0}{\omega_{\text{CB}}} e^{-\delta t} \sin(\omega_{\text{CB}} t + \psi), \end{aligned}$$

где $\psi = \arctg \omega_{\text{CB}}/\delta$, $\omega_0 \sin \psi = \omega_{\text{CB}}$, $\omega_0 \cos \psi = \delta$.

Графические зависимости напряжений во время переходного процесса представлены на рис. 18. График тока i по форме совпадает с напряжением u_R . Ток совершает затухающие колебания с угловой частотой $\omega_{\text{CB}} = 2\pi/T_{\text{CB}}$ относительно оси времени, стремясь к нулю.

Коэффициент затухания δ и угловая частота ω_{CB} зависят от параметров цепи R, L, C . При увеличении δ за счет увеличения R уменьшается ω_{CB} и возрастает период T_{CB} . Чем меньше δ по сравнению с ω_0 , тем медленнее затухает колебательный процесс и тем ближе частота собственных колебаний ω_{CB} к резонансной частоте ω_0 .

Напряжение u_C колеблется с той же частотой с затуханием амплитуды около своего установившегося значения U . Оно достигает наибольшего значения примерно через половину периода после включения цепи и не может превзойти $2U$.

В момент коммутации $u_R(0) = 0, u_C(0) = 0$, следовательно, напряжение на индуктивности $u_L(0) = U$ и затухает, колеблясь относительно оси времени.

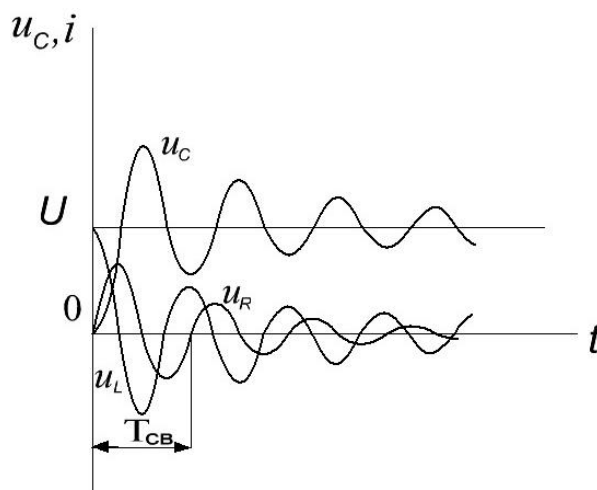


Рис.18. Графики напряжений в колебательном режиме

Величина $1/\delta = 2L/R = \tau$ называется постоянной времени колебательного контура. Колебания возникают вследствие периодического преобразования энергии электрического поля емкости в энергию магнитного поля индуктивности и обратно, причем эти колебания сопровождаются потерей энергии в виде тепла в сопротивлении R.

Быстроту затухания колебаний принято оценивать декрементом колебания Δ . Декрементом колебания называется отношения двух последующих амплитуд напряжения или тока одного знака:

$$\Delta = \frac{u_C(t)}{u_C(t + T_{св})} = e^{\delta T_{св}}.$$

Декремент колебания не зависит от времени, он определяется лишь параметрами цепи.

После завершения переходного процесса, независимо от его характера, ток в цепи будет равен нулю, а напряжение на емкости будет равно напряжению источника.

При подаче прямоугольного положительного импульса амплитудой U и длительностью t_u на цепь R,L,C в контуре возникает переходный процесс, аналогичный рассмотренному случаю подключения цепи к источнику постоянного напряжения.

После окончания импульса начинается разряд заряженного конденсатора на цепь R,L. Уравнение второго закона Кирхгофа для цепи разряда конденсатора получается однородным:

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0.$$

Ток и напряжения во время переходного процесса определяются только свободными составляющими. Постоянные интегрирования при апериодическом и колебательном процессах будут такими же, как при заряде конденсатора, но с обратным знаком.

Схема исследуемой электрической цепи

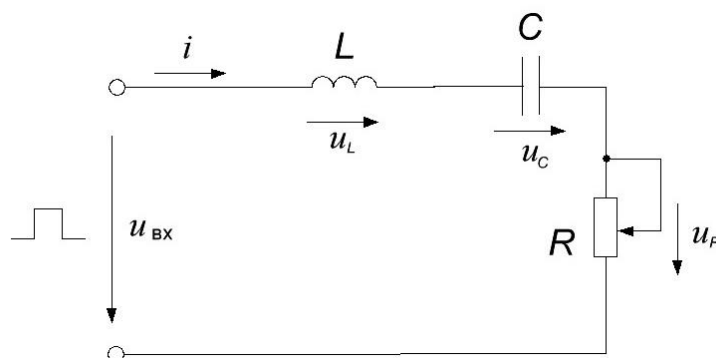


Рис. 19. Схема для исследования переходного процесса в цепи R, L, C

Используемое электротехническое оборудование

Генератор импульсов;
осциллограф;
конденсаторы;
индуктивная катушка;
резисторы;
омметр;

Порядок выполнения работы

1. Установите на генераторе амплитуду положительных прямоугольных импульсов $U=5$ В, длительность импульсов $t_u=150$ мкс, период следования импульсов $T=300$ мкс.

Длительность импульса и период выбираются такими, чтобы они превышали длительность переходных процессов в исследуемой электрической цепи.

Подключите выход « \square » генератора импульсов на вход А канала осциллографа и добейтесь устойчивого изображения сигнала осциллографа, при необходимости откорректируйте их.

Соберите схему, изображенную на рис.19, подключите выход « \square » генератора и вход А канала осциллографа на вход схемы, а канал В осциллографа – на напряжение u_R . Движок переменного резистора R установить в среднее положение.

Необходимо, чтобы элемент схемы, с которого снимается напряжение на осциллограф, имел общую заземленную точку с источником входного напряжения. В осциллографе можно использовать внешнюю или внутреннюю синхронизацию.

2. Установите на экране осциллографа устойчивое изображение напряжений $u_{\text{вх}}$ и u_R . Рассчитайте величину критического сопротивления $R_{\text{кр}}$.

По осциллограмме напряжения u_R с помощью переменного резистора подберите величину критического сопротивления $R_{\text{кр}}$, при котором колебательный режим сменится критическим апериодическим. Отключите генератор импульсов и осциллограф от сети. Измерьте омметром сопротивление $R_{\text{кр}}$ сравните с расчетной величиной. Запишите результаты измерения и расчета в табл. 4.

3. Для исследования апериодического режима установите $R > R_{\text{кр}}$. Измерьте это сопротивление, результаты запишите в табл. 4.

Подключите к напряжению сети генератор импульсов и осциллограф. Зарисуйте с указанием масштабов по осям на одном рисунке осциллограммы напряжений $u_{\text{вх}}$, u_R , u_L , u_C .

По соответствующим осциллограммам определите: момент времени t_1 , при котором ток имеет максимум, а $u_L = 0$; напряжение на резисторе $u_R(t_1)$, конденсаторе $u_C(t_1)$; момент времени t_2 , который соответствует отрицательному максимуму напряжения u_L ; напряжение на конденсаторе $u_C(t_u)$. Результаты измерений запишите в табл. 4.

Отключите генератор импульсов и осциллограф от сети.

4. Для исследования колебательного режима установить $R < R_{\text{кр}}$. Измерьте это сопротивление омметром, результаты запишите в табл. 5.

Подключите к напряжению сети генератор импульсов и осциллограф. Зарисуйте с указанием масштабов по осям на одном рисунке осциллограммы напряжений $u_{\text{вх}}$, u_R , u_L , u_C .

По соответствующим осциллограммам определите: период свободных затухающих колебаний $T_{\text{св}}$; угловую частоту свободных колебаний $\omega_{\text{св}}$; момент времени t_1 , при котором напряжение на конденсаторе достигает максимального значения, и напряжение $u_C(t_1)$; декремент колебания Δ . Результаты измерений запишите в табл. 5.

Таблица 4

Измерено							
Апериодический режим							
$R_{\text{кр}}$	R	t_1	t_2	$u_R(t_1)$	$i(t_1)$	$u_C(t_1)$	$u_C(t_u)$
Ом	Ом	мкс	мкс	В	мА	В	В

Вычислено									
Апериодический режим									
$R_{\text{кр}}$	δ	ω_0	p_1	p_2	t_1	t_2	$i(t_1)$	$u_R(t_1)$	$u_C(t_1)$
Ом	с^{-1}	с^{-1}	с^{-1}	с^{-1}	мкс	мкс	мА	В	В

Таблица 5

Измерено							
Колебательный режим							
R	T_{CB}	ω_{CB}	t_1	$u_C(t_1)$	Δ		
Ом	мкс	c^{-1}	мкс	В			
Вычислено							
Колебательный режим							
δ	τ	ω_{CB}	T_{CB}	$u_C(t_1)$	Δ	p_1	p_2
c^{-1}	мкс	c^{-1}	мкс	В		c^{-1}	c^{-1}

Содержание отчета

1. Цель работы.
2. Исследуемые схемы, таблицы с результатами измерений и вычислений.
3. Расчет критического сопротивления $R_{кр}$ и экспериментальное определение его с объяснением.
4. Осциллограммы напряжений $u_{вх}$, u_R , u_L , u_C для апериодического режима на одном рисунке с указанием масштабов по осям и обозначением моментов времени t_1, t_2 в соответствии с п.3. Расчетные формулы для определения соответствующих параметров и результаты вычислений, записанные в табл.
5. Осциллограммы напряжений $u_{вх}$, u_R , u_L , u_C для колебательного режима с необходимыми обозначениями в соответствии с п.4. Расчетные формулы для определения соответствующих параметров и результаты вычислений, записанные в табл. 5.

Контрольные вопросы

1. Что такое критическое сопротивление, как оно рассчитывается и определяется экспериментально?
2. Какие условия нужны для возникновения апериодического и колебательного переходного процесса при подключении цепи R, L, C к источнику постоянного напряжения?
3. Почему возникают затухающие колебания переходного тока и переходных напряжений в цепи R, L, C ?
4. Что такое декремент колебания? Как он рассчитывается и определяется экспериментально?
5. Как рассчитать переходный ток в апериодическом режиме при подключении цепи R, L, C к источнику постоянного напряжения?
6. Как рассчитать постоянную времени апериодического и колебательного переходного процесса?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Нелинейные электрические цепи постоянного тока

Цель работы: исследование вольт-амперных характеристик нелинейного элемента и нелинейных цепей постоянного тока, применение графических и графоаналитических методов расчета нелинейных цепей.

Основные теоретические сведения

Резистивный, индуктивный и емкостной элементы, параметры R , L , C которых зависят от тока или напряжения, называются нелинейными. У этих элементов вольт-амперные, вебер-амперные, кулон-вольтовые характеристики являются нелинейными. Электрические цепи, в которых содержится хотя бы один нелинейный элемент, называются нелинейными.

При постоянных токах в качестве нелинейных могут рассматриваться только цепи с резистивными элементами (нелинейными сопротивлениями). Их вольт-амперные характеристики $I(U)$ отличаются от прямой линии. Условное графическое изображение нелинейного резистивного элемента приведено на рис. 21.

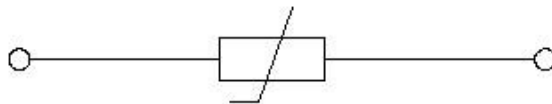


Рис. 21. Графическое изображение нелинейного сопротивления

Различают неуправляемые нелинейные резистивные элементы (например: лампы накаливания, полупроводниковые диоды), которые характеризуются одной вольт-амперной характеристикой $I(U)$, и управляемые. У последних (например: транзисторов, тиристоров) имеется семейство вольт-амперных характеристик, зависящих не только от тока и напряжения, но и от управляющего сигнала. В зависимости от вида вольт-амперной характеристики различают элементы с симметричной и несимметричной характеристиками. Симметричную вольт-амперную характеристику имеет, например, лампа накаливания с металлической нитью (рис. 22 а). Вольт-амперная характеристика полупроводникового стабилитрона (кремниевый диод, который применяется для стабилизации напряжения) является несимметричной (рис. 22 б).

Нелинейные резистивные элементы характеризуются двумя параметрами: статическим $R_{ст}$ и дифференциальным $R_{диф}$ сопротивлениями. Эти сопротивления изменяются от точки к точке вольт-амперной характеристики.

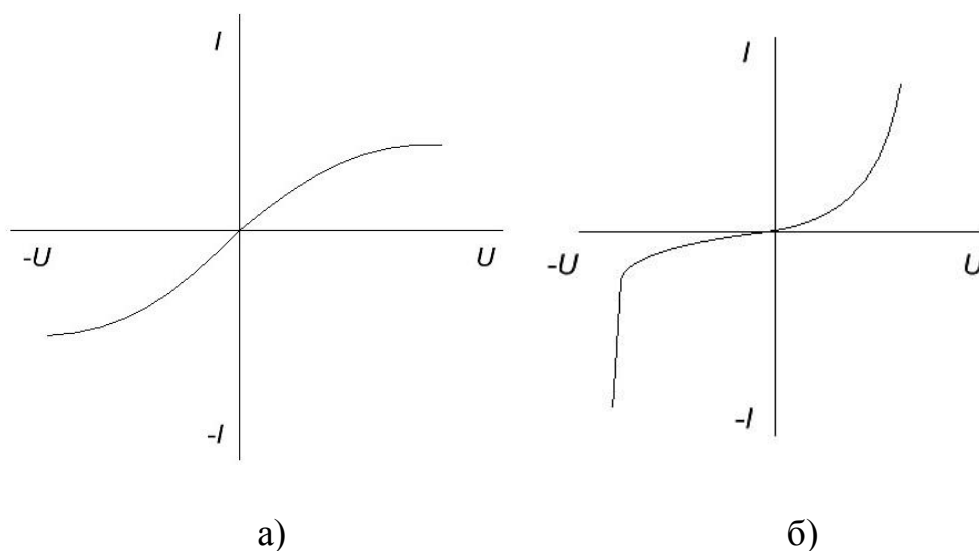


Рис.22. Вольт-амперные характеристики лампы накаливания (а) и кремниевого стабилитрона (б)

Статическое сопротивление характеризует поведение нелинейного элемента в режиме неизменного тока. Например, в заданной точке a (рис. 23) оно равно отношению напряжения U в этой точке к току I через нелинейный элемент:

$$R_{\text{ст}} = \frac{U}{I} = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \alpha,$$

где m_U, m_I – масштабы соответственно напряжения и тока по осям.

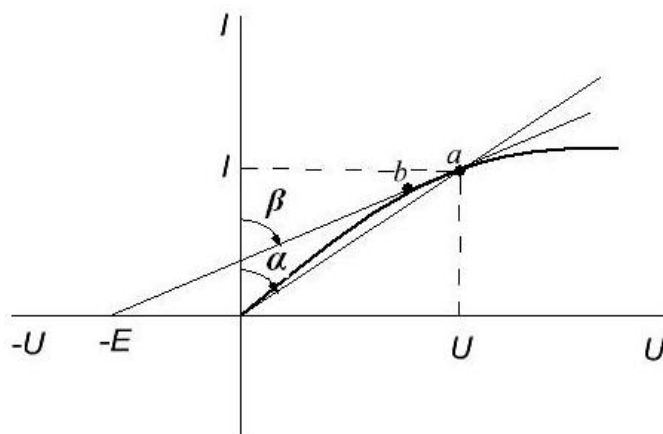


Рис. 23. Определение $R_{\text{ст}}$ и $R_{\text{диф}}$ нелинейного элемента с выпуклой вольт-амперной характеристикой

Таким образом, $R_{\text{ст}}$ пропорционально тангенсу угла α между осью тока и прямой, идущей в точку a из начала координат (рис. 23).

Дифференциальным сопротивлением $R_{\text{диф}}$ нелинейного элемента в заданной точке его характеристики называется отношение малого (теоретически бесконечно малого) приращения напряжения на элементе к

соответствующему приращению тока:

$$R_{\text{диф}} = \frac{dU}{dI} = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \beta.$$

Следовательно, дифференциальное сопротивление $R_{\text{диф}}$ пропорционально тангенсу угла β наклона касательной линии, проведенной через точку a к оси тока (рис. 23).

С увеличением напряжения $R_{\text{диф}}$ и $R_{\text{ст}}$ для нелинейного элемента с выпуклой характеристикой увеличиваются, причем $R_{\text{диф}} > R_{\text{ст}}$. Для нелинейного элемента с вогнутой характеристикой – все наоборот. Чем больше разница между $R_{\text{ст}}$ и $R_{\text{диф}}$, тем сильнее проявляется нелинейность данного элемента. Из двух сопротивлений чаще применяют $R_{\text{диф}}$. Его используют, например, при замене нелинейного элемента линейным сопротивлением и источником ЭДС (метод линеаризации).

Если рабочая точка перемещается лишь по линейному участку ab вольт-амперной характеристики нелинейного элемента (рис. 23), то характеристика на этом участке может быть заменена прямой линией, уравнение которой определится выражением:

$$U = -E + \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \beta I = -E + R_{\text{диф}} I.$$

Этому уравнению соответствует линейный активный двухполюсник, изображенный на рис. 24 (направление ЭДС E совпадает с направлением тока I в ветви с нелинейным элементом). Если в схеме имеется только одна ветвь с нелинейным элементом, то замена его линейным активным двухполюсником делает всю схему линейной, что существенно облегчает ее расчет.

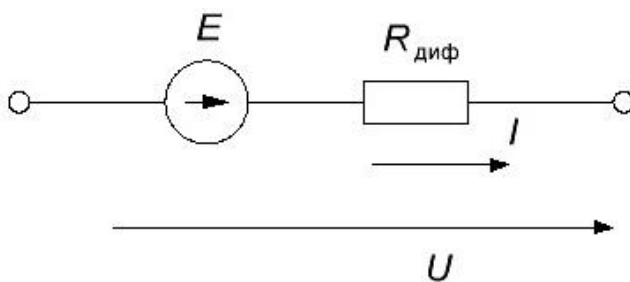


Рис. 24. Схема замещения нелинейного элемента с выпуклой вольт-амперной характеристикой

Для нелинейной цепи справедливы законы Ома и Кирхгофа, однако аналитическое решение задач расчета невозможно, так как сопротивление нелинейного элемента зависит от тока или напряжения.

Для расчета нелинейных цепей простой конфигурации применяют графические и графоаналитические методы, а исходными данными являются

вольт-амперные характеристики нелинейных элементов. Расчет нелинейной цепи сводится к определению токов и напряжений на участках цепи.

Рассмотрим особенности применения графического метода для анализа электрических цепей с последовательным, параллельным и смешанным соединениями нелинейных резистивных элементов.

Для расчета токов и напряжений на отдельных участках нелинейной цепи по известным вольт-амперным характеристикам элементов строится результирующая вольт-амперная характеристика всей цепи.

На рис. 25а изображена схема электрической цепи с последовательным соединением нелинейных резистивных элементов, а на рис. 25 б – их вольт-амперные характеристики $I(U_1)$, $I(U_2)$ и результирующая вольт-амперная характеристика цепи $I(U)$. Так как ток в обоих элементах одинаков, а общее напряжение $U = U_1 + U_2$, то, для получения результирующей характеристики $I(U)$, задаются произвольно рядом значений тока I , для которого определяются по соответствующим характеристикам нелинейных элементов напряжения U_1, U_2 и находится общее напряжение U .

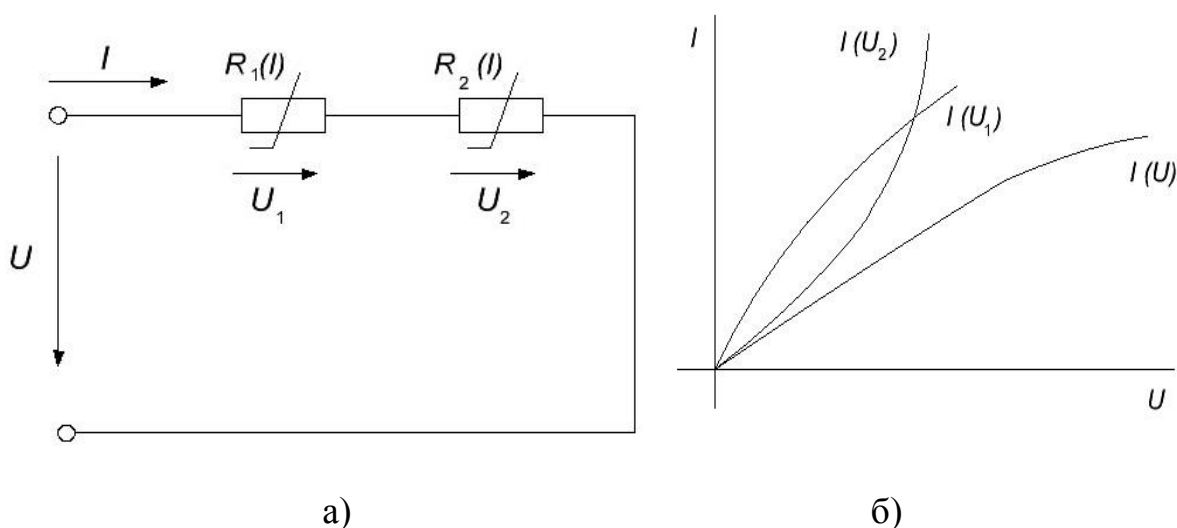


Рис. 25. Последовательная нелинейная цепь (а) и ее вольт-амперные характеристики (б)

По вольт-амперной характеристике $I(U)$ при заданном значении напряжения источника U определяется ток I в цепи, а затем по характеристикам $I(U_1)$, $I(U_2)$ – напряжения U_1, U_2 .

При фиксированном значении напряжения U ток и напряжения на элементах можно найти без построения результирующей характеристики, используя метод пересечения характеристик.

На рис. 26 а изображена часто встречающаяся на практике схема с последовательным соединением нелинейного и линейного резистивных элементов. В этом случае также исходными являются вольт-амперные характеристики элементов (рис. 26 б).

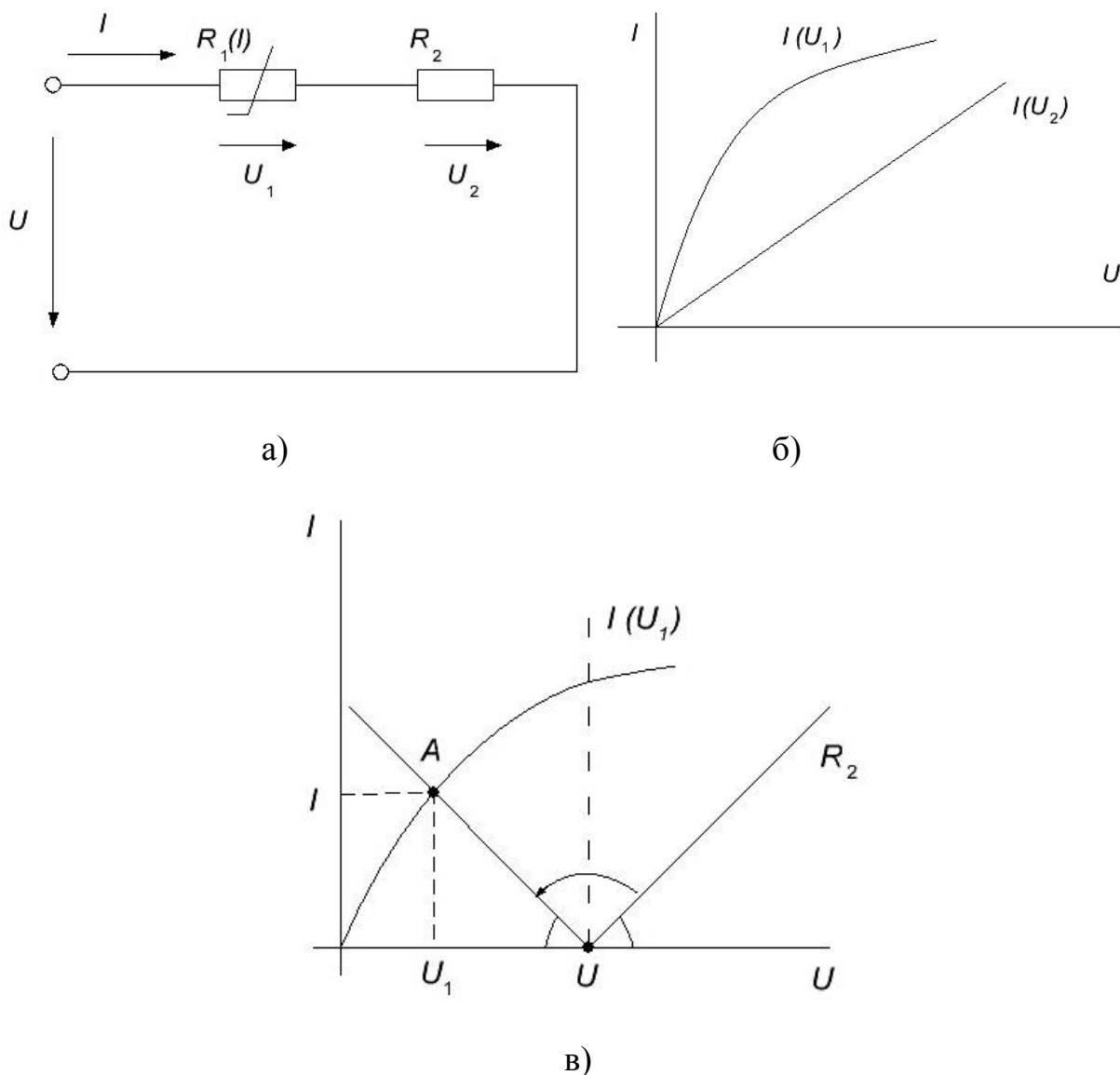


Рис.26. Последовательное соединение нелинейного и линейного элементов (а), их вольт-амперные характеристики (б) и определение рабочей точки A методом пересечения характеристик (в)

Для определения тока I и напряжений U_1, U_2 одну из заданных характеристик, например $I(U_2)$, смещаем параллельно самой себе вдоль оси абсцисс вправо от начала координат на величину общего напряжения U и зеркально отображаем ее относительно вертикали из точки U (рис. 26 в). Отсчет положительных значений U_2 производится влево от точки U , а на рис. 26 б – вправо от начала координат.

Точка A пересечения двух характеристик определяет искомый ток I в цепи и напряжения U_1, U_2 на элементах цепи.

Если заданным является ток I и требуется определить входное напряжение U , то для этого тока по характеристикам $I(U_1), I(U_2)$ определяются напряжения U_1, U_2 , а затем находится напряжение $U = U_1 + U_2$.

При параллельном соединении двух нелинейных элементов (рис.27 а) к ним приложено одно и то же напряжение U , а ток в неразветвленной части цепи $I = I_1 + I_2$. Для получения результирующей характеристики $I(U)$ произвольно задаются рядом значений напряжения U , для которого по соответствующим вольт-амперным характеристикам элементов определяются токи I_1, I_2 и находится общий ток I (рис.27 б).

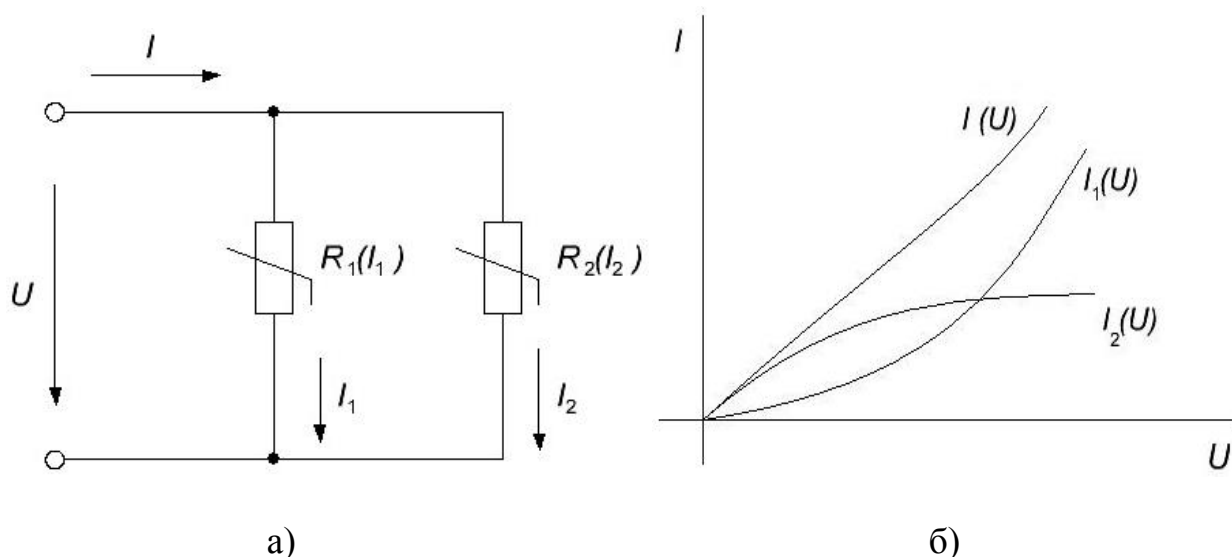


Рис. 27. Параллельное соединение двух нелинейных элементов (а) и результирующая вольт-амперная характеристика цепи (б)

Если требуется определить токи при некотором фиксированном напряжении U , то характеристика $I(U)$ не нужна. Для заданного напряжения по характеристикам элементов определяются токи I_1, I_2 , а затем находится ток $I = I_1 + I_2$.

На рис. 28 а изображена схема с последовательно-параллельным (смешанным) соединением элементов. Для построения вольт-амперной характеристики цепи $I_1(U)$ сначала строят вольт-амперную характеристику параллельного участка цепи $I_1(U_2)$ (рис. 28 б). В результате образуется нелинейная цепь с последовательным соединением элементов, для которой строят результирующую характеристику $I_1(U)$ всей цепи.

Если в качестве нелинейного элемента использовать кремниевый стабилитрон, имеющий вольт-амперную характеристику $I_2(U_2)$, показанную на рис. 22 б, получится схема параметрического стабилизатора постоянного напряжения.

Анализ и расчет разветвленной электрической цепи, содержащей один нелинейный элемент (рис. 29 а), может быть значительно упрощен при использовании метода эквивалентного генератора напряжения (эквивалентного активного двухполюсника). Линейная часть схемы относительно нелинейного элемента может быть представлена в виде эквивалентного генератора, у которого ЭДС равна напряжению холостого хода $U_{авх}$ на зажимах $ав$, а внутреннее сопротивление равно входному

сопротивлению $R_{\text{вх}}$ пассивного двухполюсника со стороны зажимов ab при исключении источника ЭДС. Эти параметры эквивалентного генератора можно рассчитать. В результате получается последовательная схема, состоящая из эквивалентного генератора напряжения и нелинейного элемента (рис. 29 б). Определение напряжения U_3 и тока I_3 сводится к расчету последовательной цепи методом пересечения характеристик.

Токи I_1 , I_2 можно определить из исходной схемы (рис. 29 а) с помощью законов Кирхгофа.

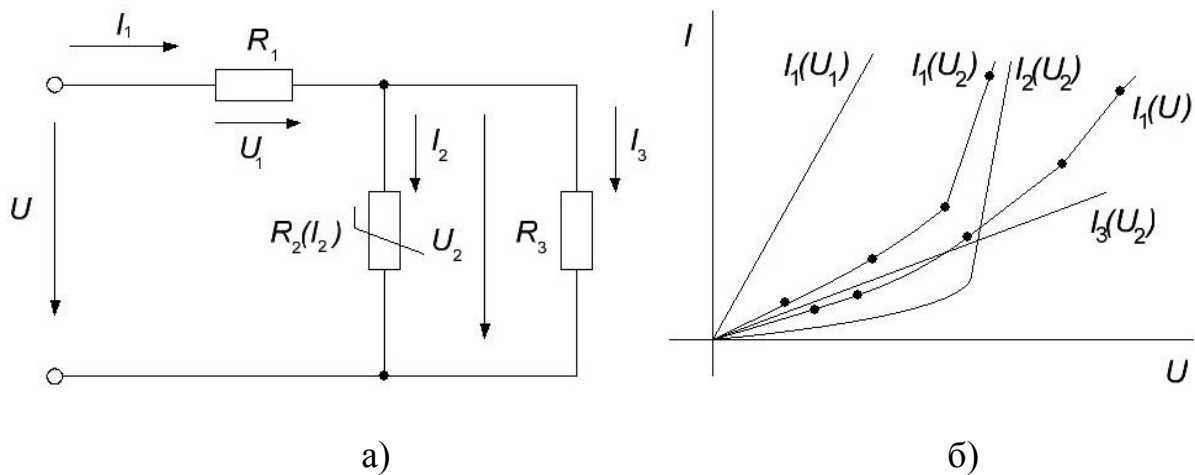


Рис. 28. Последовательно- параллельная нелинейная цепь (а) и вольт-амперные характеристики элементов цепи (б)

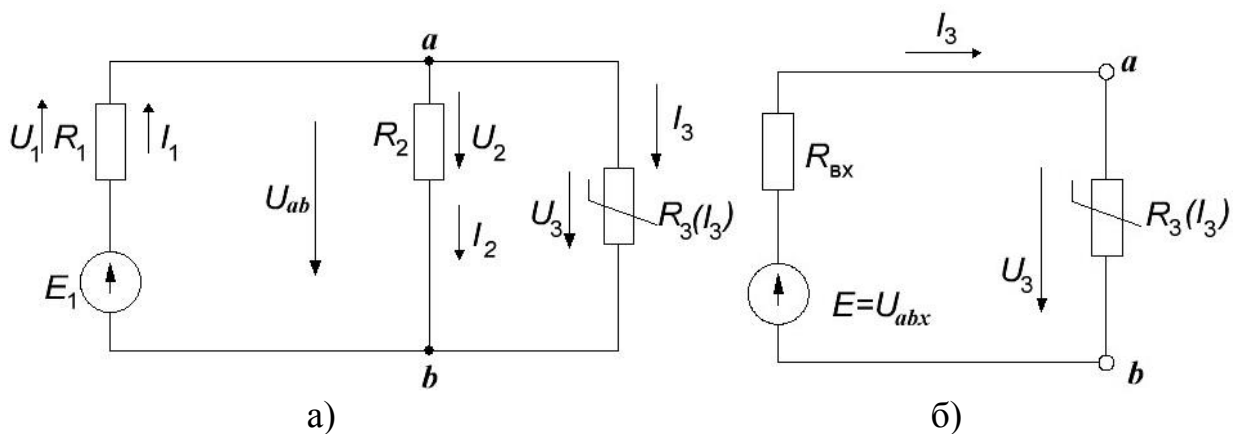
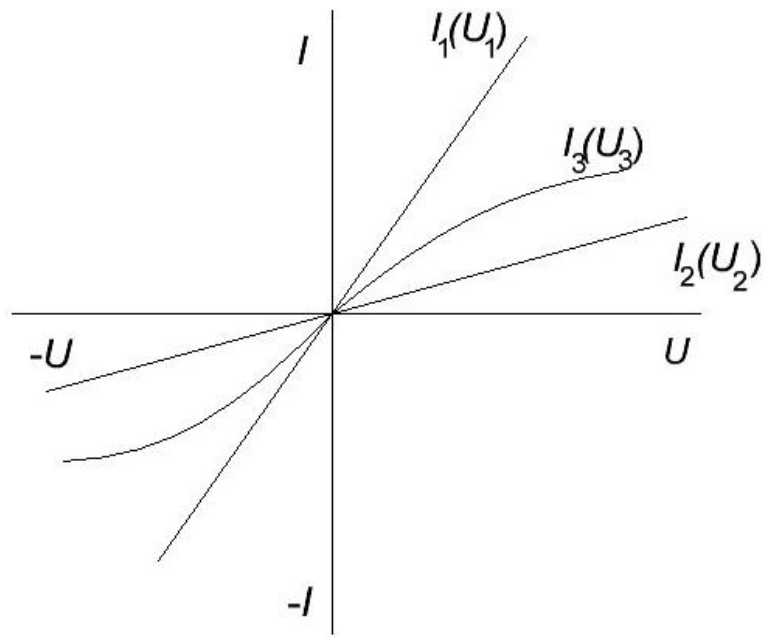


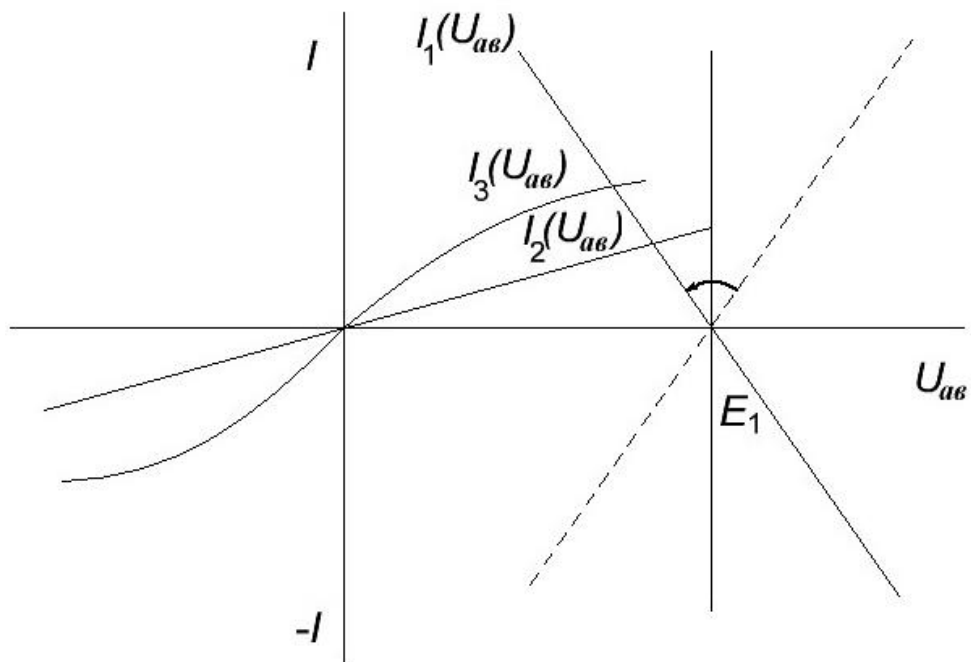
Рис. 29. Разветвленная цепь с одним нелинейным элементом (а) и ее схема с эквивалентным генератором напряжения (б)

Для нелинейных цепей с двумя узлами для расчета токов в ветвях можно применить метод двух узлов (рис. 29 а). Исходными данными являются вольт-амперные характеристики резистивных элементов ветвей $I_1(U_1)$, $I_2(U_2)$, $I_3(U_3)$, изображенные на рис. 30 а. Затем необходимо перестроить их в зависимости от напряжения U_{ab} между двумя узлами. Для ветви с сопротивлением R_1 в соответствии со вторым законом Кирхгофа напряжение между двумя узлами:

$$U_{a\phi} = E_1 - U_1.$$



а)



б)

Рис.30. Вольт-амперные характеристики резистивных элементов ветвей (а) и характеристики токов от напряжения $U_{a\phi}$ (б)

Для получения характеристики $I_1(U_{a\phi})$ (рис. 30 б) необходимо:

- 1) сместить заданную характеристику $I_1(U_1)$ параллельно ей самой на величину ЭДС E_1 (пунктир);

2) провести через точку $U_{ав} = E_1$ вертикаль и зеркально отобразить пунктирную характеристику относительно вертикали.

Для ветвей с сопротивлениями R_2 и R_3 напряжение $U_{ав} = U_2 = U_3$. Следовательно, $I_2(U_2) = I_2(U_{ав})$, $I_3(U_3) = I_3(U_{ав})$.

Теперь необходимо определить напряжение $U_{ав}$, при котором выполняется первый закон Кирхгофа $I_3 + I_2 = I_1$, а затем из соответствующих характеристик найти токи в ветвях по величине и по знаку (рис. 30 б).

Схемы исследуемых электрических цепей

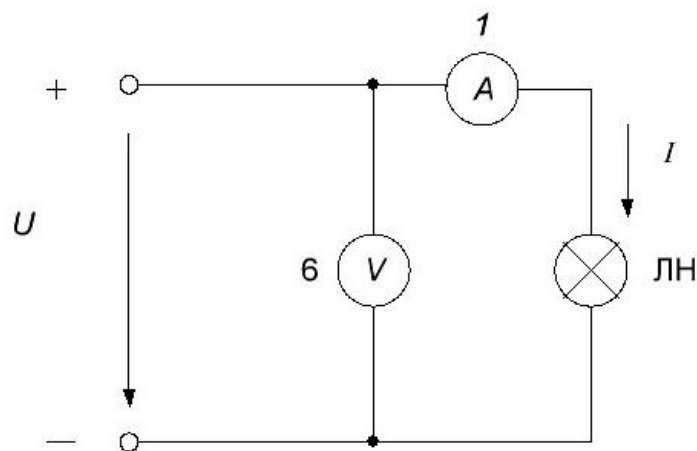


Рис.31. Схема для исследования вольт-амперной характеристики лампы накаливания

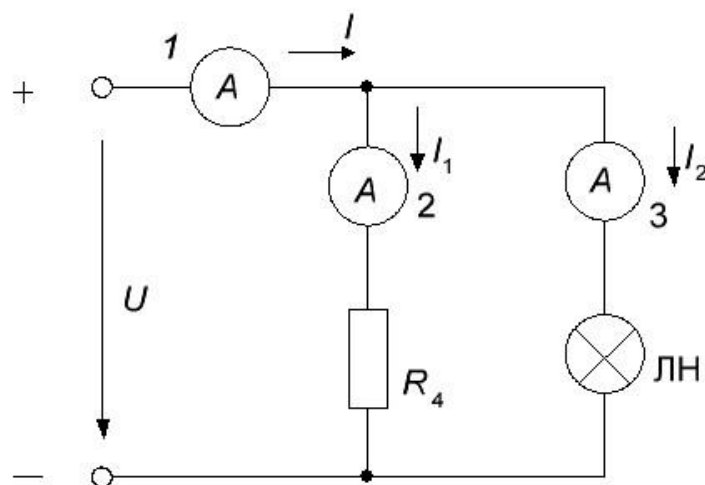


Рис.32. Параллельное соединение резистора и лампы накаливания

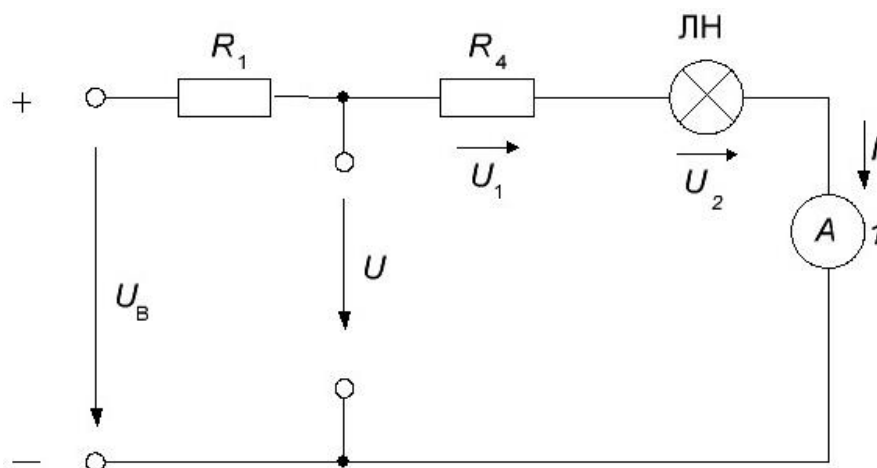


Рис.33. Последовательное соединение резистора и лампы накаливания

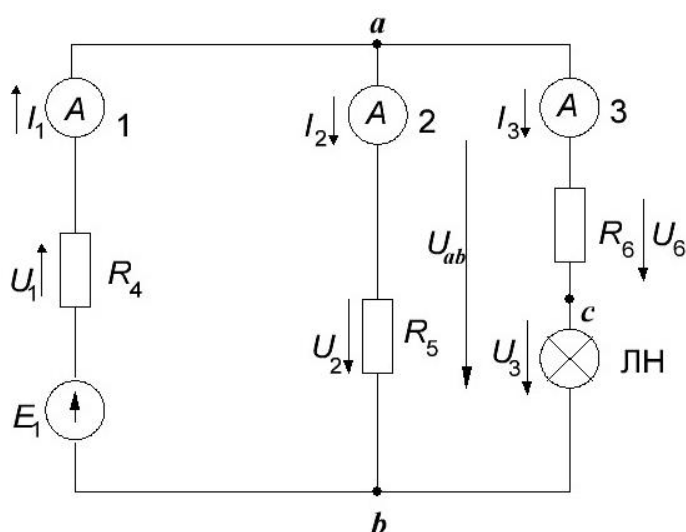


Рис.34. Разветвленная схема с двумя узлами

Используемое электротехническое оборудование

Источники постоянного регулируемого напряжения: один из выпрямителей блока 10 лабораторного стенда ЛСЭ-2; блок питания БП5; нелинейный элемент – лампа накаливания ЛН (переносная панель); амперметры A_1 , A_3 , A_4 (блок 8); переносной вольтметр V_6 (30 В); резистор R_1 (блок 2), резисторы R_4 , R_5 , R_6 (переносная панель);

Порядок выполнения работы

1. Соберите схему, изображенную на рис. 31. Снимите вольт-амперную характеристику лампы накаливания ЛН. В качестве источника питания используйте блок БП5 с встроенным вольтметром.

Напряжение на лампе изменяйте через 0,5 В. Для измерения тока используйте миллиамперметр A_1 (блок 8 лабораторного стенда).

Запишите результаты измерений в табл. 6.

Таблица 6

Измерено									
U , В									
I , мА									

2. Соберите схему, изображенную на рис. 32. Источником питания является блок БП5. Резистор R_4 расположен на специальной переносной панели.

Установите напряжение $U=4$ В. Измерьте токи I, I_1, I_2 ; результаты измерений запишите в табл. 7.

Проверьте выполнение первого закона Кирхгофа.

Таблица 7

Измерено				Вычислено		
U	I	I_1	I_2	I	I_1	I_2
В	мА	мА	мА	мА	мА	мА

3. Соберите схему, изображенную на рис. 33. В качестве источника питания U_B используйте один из выпрямителей блока 10 лабораторного стенда с последовательно включенным резистором R_1 (блок 2). Ручку переменного резистора R_1 установите в крайнее левое положение.

Установите в цепи ток $I=100$ мА.

Переносным вольтметром на 30 В измерьте напряжения U, U_1, U_2 ; результаты измерений запишите в табл. 8.

Проверьте выполнение второго закона Кирхгофа.

Таблица 8

Измерено				Вычислено		
I	U	U_1	U_2	U	U_1	U_2
мА	В	В	В	В	В	В

4. Соберите схему, изображенную на рис. 34. Резисторы R_4, R_5, R_6 расположены на переносной панели.

В качестве источника ЭДС $E_1 = 12\text{ В}$ используйте выпрямитель блока 10. Для измерения напряжений используйте переносной вольтметр на 30 В.

Измерьте токи в ветвях I_1, I_2, I_3 ; напряжения $U_{ав}, U_3$ и напряжение холостого хода $U_{авх}$ при отключенной лампе.

Результаты измерений запишите в табл. 9.

Таблица 9

Измерено							Вычислено					
E_1	I_1	I_2	I_3	U_3	$U_{ав}$	$U_{авх}$	I_1	I_2	I_3	U_3	$U_{авх}$	$R_{вх}$
В	мА	мА	мА	В	В	В	мА	мА	мА	В	В	Ом

Содержание отчета

1. Цель работы.

2. Исследуемые схемы, таблицы с результатами измерений и вычислений, расчетные формулы, графические зависимости.

3. Вольт-амперная характеристика лампы накаливания ЛН.

Для лампы накаливания рассчитать и построить графические зависимости статического и дифференциального сопротивлений от напряжения: $R_{ст}(U), R_{диф}(U)$.

На линейном участке вольт- амперной характеристики ЛН заменить нелинейный элемент эквивалентным активным линейным двухполюсником.

Записать уравнение прямой (аналитическое выражение участка вольт-амперной характеристики в линейной области), нарисовать схему активного линейного двухполюсника.

4. Вольт-амперные характеристики элементов для схемы с параллельным соединением резистора и лампы накаливания (рис. 32).

Графический расчет для определения токов I, I_1, I_2 при заданном напряжении.

Вольт-амперная характеристика $I(U)$ всей цепи для эквивалентного нелинейного резистивного элемента.

5. Вольт-амперные характеристики элементов для схемы с последовательным соединением резистора и лампы накаливания (рис. 33).

Графический расчет для определения напряжений U, U_1, U_2 при заданном токе.

Вольт-амперная характеристика $I(U)$ всей цепи для эквивалентного нелинейного резистивного элемента.

6. Для схемы, изображенной на рис. 34, расчет тока и напряжения на лампе с использованием метода эквивалентного генератора напряжения (расчет $U_{авх}$, $R_{вх}$ для линейного активного двухполюсника).

Схема последовательного соединения эквивалентного генератора и лампы накаливания.

Графический расчет I_3 , U_3 методом пересечения характеристик. Расчет токов I_1 , I_2 в линейной части исходной схемы.

Графический расчет напряжения $U_{ав}$ и токов I_1 , I_2 , I_3 методом двух узлов с построением вольт-амперных характеристик $I_3(U_{ав})$, $I_2(U_{ав})$, $I_1(U_{ав})$.

Контрольные вопросы

1. Какие электрические цепи называются нелинейными?
2. Что такое статическое и дифференциальное сопротивления нелинейного элемента? Как рассчитать эти сопротивления в некоторой точке вольт-амперной характеристики?
3. Как проводится графический расчет нелинейных цепей постоянного тока при последовательном, параллельном и смешанном соединениях элементов?
4. При каких условиях и как делается замена нелинейного сопротивления эквивалентным активным линейным двухполюсником?
5. Как рассчитать ток в ветви с одним нелинейным элементом в разветвленной цепи методом эквивалентного генератора напряжения?
6. Как проводится расчет токов в ветвях нелинейной цепи методом двух узлов?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Индуктивная катушка с ферромагнитным магнитопроводом

Цель работы: исследование электрической цепи переменного тока с нелинейным индуктивным элементом.

Основные теоретические сведения

Нелинейная индуктивная катушка представляет собой обмотку из медной изолированной проволоки, намотанной на замкнутый ферромагнитный (стальной) магнитопровод (сердечник).

Ферромагнитный магнитопровод увеличивает за счет собственного намагничивания магнитный поток Φ катушки и ее индуктивность L . Так как магнитное сопротивление стального магнитопровода значительно меньше магнитного сопротивления воздуха, то переменный магнитный поток Φ , который создается переменным током i в обмотке с числом витков w , замыкается в основном по магнитопроводу (рис. 35). Очень небольшая часть этого потока замыкается вокруг отдельных витков обмотки по воздуху, она называется потоком рассеяния $\Phi_{\text{рас}}$. Потокосцепление рассеяния $\psi_{\text{рас}}$ создает небольшую индуктивность рассеяния $L_{\text{рас}}$.

Таким образом, реальную индуктивную катушку можно представить в виде последовательного соединения активного сопротивления обмотки $R_{\text{об}}$, индуктивности рассеяния $L_{\text{рас}}$ и идеализированной катушки (рис. 36).

Пакетные сердечники состоят из тонких пластин ферромагнитного материала кольцевой, П- или Ш – образной формы.

В катушке с ферромагнитным сердечником зависимость магнитного потока Φ от тока i в обмотке нелинейна.

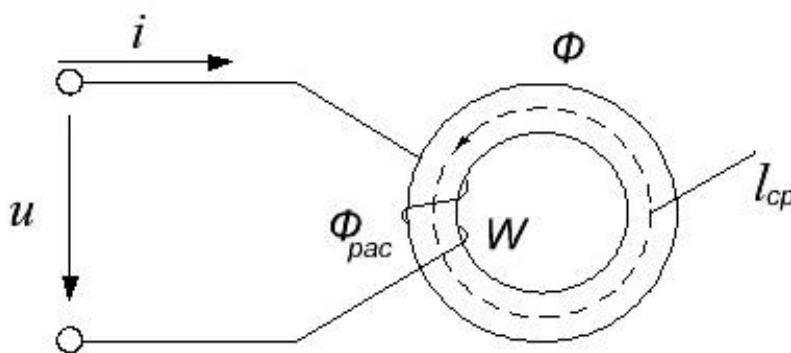


Рис. 35. Индуктивная катушка с ферромагнитным сердечником

На электрических схемах нелинейную индуктивную катушку изображают в виде замкнутого сердечника с обмоткой (рис. 35), либо как показано на рис. 37.

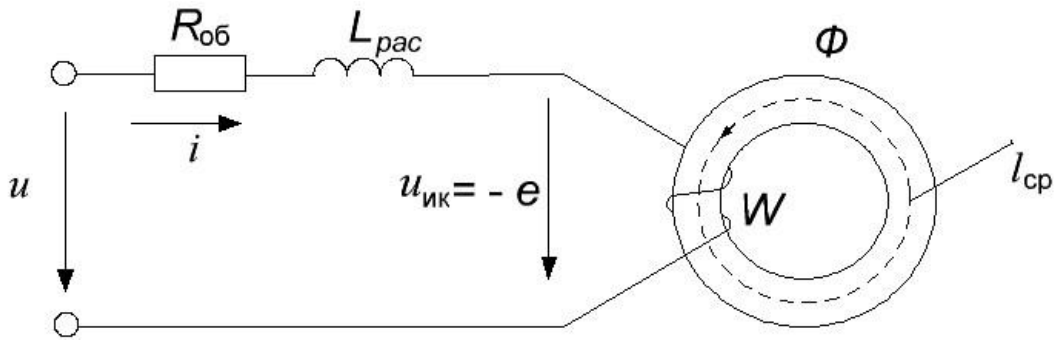


Рис. 36. Схема с элементами индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником

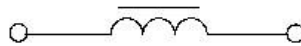


Рис. 37. Схемное изображение индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником

Рассмотрим идеализированную индуктивную катушку ($R_{об} = 0$, $\Phi_{рас} = 0$) с ферромагнитным магнитопроводом (рис. 37), которая подключена к синусоидальному напряжению

$$u = u_{ик} = U_m \sin(\omega t + 90^\circ) = U_m \cos \omega t.$$

Начальная фаза $\psi_u = 90^\circ$ выбрана для получения более наглядного графика тока.

Напряжение идеализированной катушки $u_{ик} = u$ уравнивается только ЭДС самоиндукции, которая создается переменным магнитным потоком Φ в магнитопроводе, поэтому

$$u = -e = w \frac{d\Phi}{dt}.$$

После интегрирования найдем мгновенное значение магнитного потока

$$\Phi = \Phi(t) = \frac{U_m}{\omega w} \sin \omega t = \frac{\sqrt{2}U}{2\pi f w} \sin \omega t = \frac{U}{4,44 f w} \sin \omega t = \Phi_m \sin \omega t,$$

где $\Phi_m = U/4,44 f w$ – амплитудное значение магнитного потока.

Так как ЭДС самоиндукции в идеализированной катушке $E = U$, то действующее значение ЭДС

$$E = 4,44 f w \Phi_m.$$

Мгновенное значение ЭДС самоиндукции

$$e = -E_m \cos \omega t = E_m \sin(\omega t - 90^\circ),$$

где $E_m = U_m$.

Таким образом, при синусоидальном напряжении $u_{ик}$ магнитный поток Φ и ЭДС самоиндукции e также изменяются по синусоидальному закону. Амплитуда магнитного потока Φ_m в магнитопроводе идеализированной катушки прямо пропорциональна $E = U$ и не зависит от параметров магнитной цепи и свойств ферромагнитного материала. При этом магнитный поток Φ отстает по фазе от напряжения $u_{ик}$ на угол 90° ($\pi/2$), а ЭДС самоиндукции e отстает по фазе от магнитного потока на угол 90° .

Одна из особенностей катушки с ферромагнитным сердечником состоит в том, что от источника потребляется активная мощность, расходуемая в сердечнике при его перемагничивании (потери на гистерезис) и возникновении в нем вихревых токов (потери на вихревые токи). Эти процессы определяют часть электроэнергии, которая преобразуется в тепловую, затрачиваемую на нагрев магнитопровода.

При циклическом перемагничивании ферромагнитного сердечника изменение магнитной индукции B отстает от изменения напряженности магнитного поля H . Это явление называется магнитным гистерезисом.

Зависимость $B(H)$ в этом случае определяется петлей гистерезиса (рис. 38).

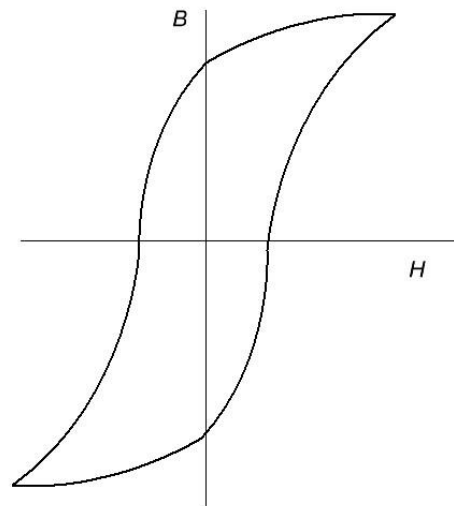


Рис. 38. Петля гистерезиса для ферромагнитного магнитопровода

Из зависимости $B(H)$ видно, что с ростом напряженности H замедляется увеличение индукции B . Это связано с явлением «насыщения» ферромагнитного сердечника, что приводит к нелинейной характеристике. Кроме того, имеет место неоднозначность – при одном значении H возможны два значения B из-за явления гистерезиса магнитного материала.

Потери на гистерезис P_{Γ} вызываются необратимыми процессами в ферромагнитном магнитопроводе при перемене ориентации областей самопроизвольного намагничивания (доменов). Мощность потерь на гистерезис P_{Γ} пропорциональна площади статической петли гистерезиса, объему сердечника, частоте. Для уменьшения потерь на гистерезис сердечник должен быть выполнен из магнитомягкого материала, имеющего узкую петлю гистерезиса (специальные электротехнические стали).

Кроме потерь из-за гистерезиса, изменение магнитного потока вызывает появление в магнитопроводе вихревых токов. Переменный магнитный поток индуцирует в сечении сердечника, перпендикулярном направлению потока Φ , ЭДС, под действием которой возникает вихревой ток $i_{\text{в}}$. Контур, по которому замыкается вихревой ток, изображен на рис. 39а. Вихревые токи нагревают магнитопровод, увеличивая потери электроэнергии в магнитопроводе. Мощность потерь от вихревых токов $P_{\text{вт}}$ пропорциональна квадрату амплитудного значения магнитной индукции, квадрату частоты f и квадрату толщины стальных листов магнитопровода.

Для уменьшения потерь на вихревые токи нужно уменьшать площадь контуров, охватываемых вихревыми токами, и увеличивать удельное электрическое сопротивление материала сердечника. Для уменьшения площади контуров ферромагнитные магнитопроводы собираются из тонких листов электротехнической стали, изолированных лаком (рис. 39б). На частоте 50 Гц толщина листов составляет 0,35- 0,5 мм, при высоких частотах толщина листов должна уменьшаться. Для увеличения электрического сопротивления материала сердечника электротехническая сталь легируется кремнием (до 5 %).

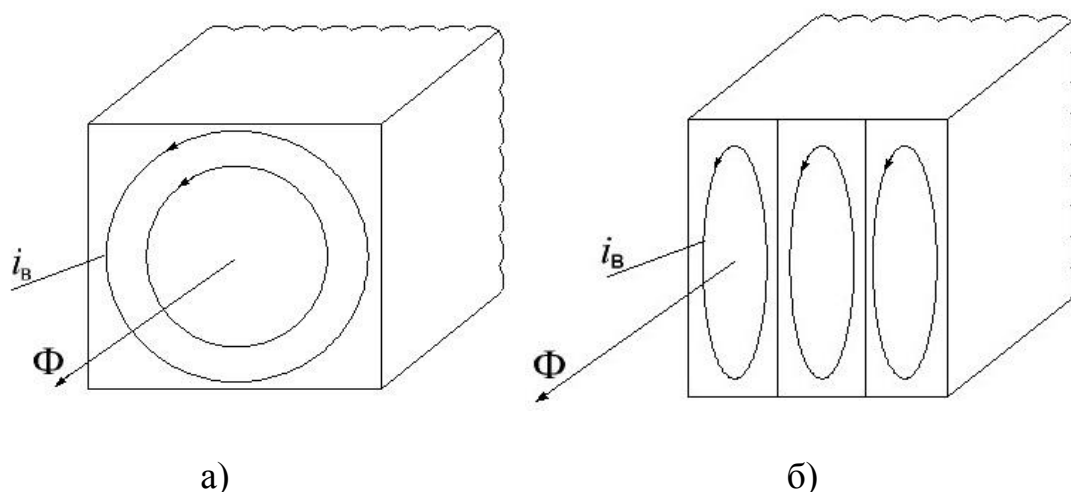


Рис. 39. Вихревые токи в цельном (а) и листовом (б) магнитопроводе

Суммарная мощность активных потерь в магнитопроводе называется магнитными потерями $P_{\text{мг}}$ или потерями в стали:

$$P_{\text{мг}} = P_{\Gamma} + P_{\text{вт}}.$$

Магнитные потери практически пропорциональны амплитудному значению магнитной индукции B_m в квадрате. Так как $B_m \sim U_{ик}$, то при увеличении напряжения $U_{ик}$ потери мощности в сердечнике значительно возрастают.

Если магнитные потери малы, ими пренебрегают и для анализа процессов в ферромагнитном магнитопроводе пользуются основной кривой намагничивания $B(H)$, проходящей через начало координат (рис. 40).

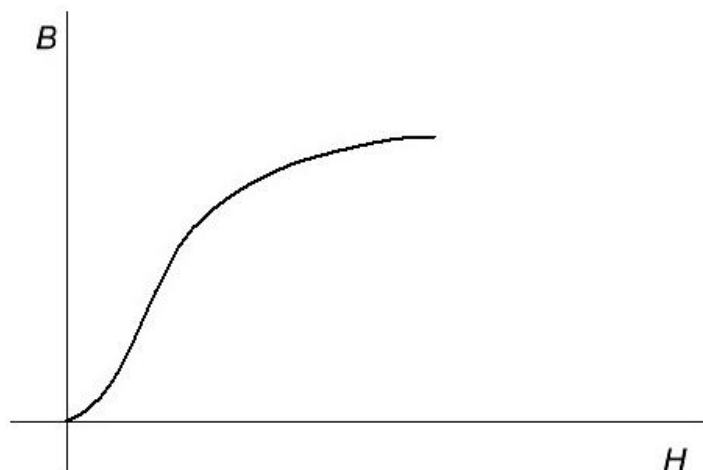


Рис. 40. Основная кривая намагничивания ферромагнитного материала

Кривая намагничивания позволяет определить относительную магнитную проницаемость μ ферромагнитного материала, от величины которой зависит индуктивность катушки с ферромагнитным сердечником ($L \sim \mu$):

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H},$$

где $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Величина μ не является постоянной, она зависит от тока I в обмотке катушки. Следовательно, индуктивность обмотки катушки с ферромагнитным магнитопроводом, которая пропорциональна μ , непостоянна и зависит от тока в катушке, что является еще одной особенностью процессов в катушке с ферромагнитным сердечником.

Кривая намагничивания позволяет получить вебер-амперную характеристику индуктивной катушки с ферромагнитным магнитопроводом – зависимость потокоцепления ψ от тока I или Φ (Iw). Действительно, ток I можно выразить через H ($I = \frac{Hl_{cp}}{w}$), а магнитный поток и потокоцепление – через индукцию B ($\Phi = BS, \psi = \Phi w$, где S – площадь поперечного сечения магнитопровода). Изменив масштабы на осях кривой намагничивания, получим зависимость $\psi(I)$ катушки (рис.41). Таким образом, вебер-амперная характеристика $\psi(I)$ катушки с

ферромагнитным сердечником без учета магнитных потерь подобна характеристике $B(H)$ и нелинейна. Вебер-амперные характеристики при расчете играют ту же роль, что и вольт-амперные характеристики нелинейных элементов в цепях постоянного тока.

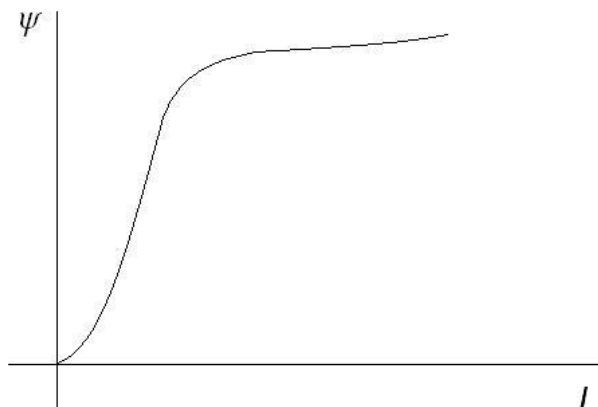


Рис. 41. Вебер-амперная характеристика индуктивной катушки с ферромагнитным магнитопроводом

Напряжение на обмотке идеализированной катушки и ток в ней связаны нелинейным уравнением:

$$u = \frac{d\psi}{dt} = L(i) \frac{di}{dt}.$$

Так как индуктивная катушка с ферромагнитным сердечником является нелинейным элементом, то при синусоидальном напряжении на обмотке ток в катушке оказывается несинусоидальным. Нелинейность катушки объясняется свойствами ферромагнитного материала сердечника.

Кривая тока в идеализированной катушке без учета магнитных потерь может быть получена графическим методом на основе вебер-амперной характеристики $\psi(I)$ и графика синусоидального магнитного потока $\psi(t)$, который отстает от синусоидального напряжения идеализированной катушки u на 90° . Как видно из рис. 42, кривая тока имеет заостренную форму. Чем больше амплитуда магнитного потока, тем сильнее сказывается насыщение стали, острее становится кривая тока, в первую очередь за счет третьей гармоники, а затем и пятой.

Основная (первая) гармоника совпадает по фазе с магнитным потоком. Амплитуды первой и третьей гармоник при $t = T/4$ совпадают по знаку, следовательно $i_{max} = I_{1m} + I_{3m}$ (без учета пятой гармоники).

При синусоидальном напряжении $u = u_{ик}$ ток в обмотке имеет синусоидальную форму, если величина магнитной индукции в магнитопроводе не выходит за пределы линейного участка основной кривой намагничивания. Во многих практических случаях значения магнитной

индукции соответствуют криволинейному участку кривой намагничивания (рис. 40), ток в обмотке получается несинусоидальным (рис. 42).

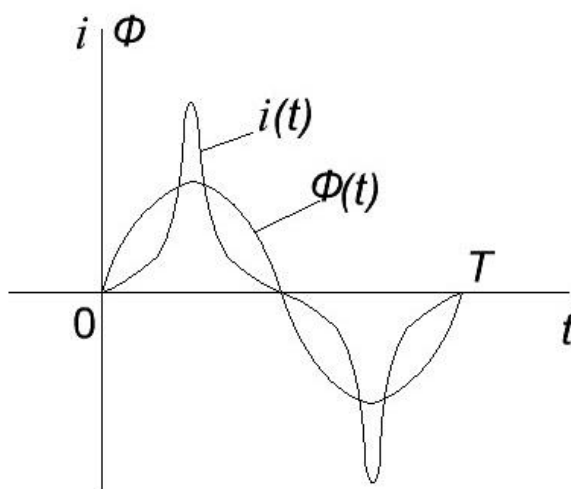


Рис. 42. Ток в катушке с ферромагнитным сердечником без учета магнитных потерь

Если магнитными потерями пренебречь нельзя, то вместо однозначной кривой $\Phi(I)$ используется петля гистерезиса в координатах $\Phi(I)$. Форма кривой тока $i(t)$ для этого случая изображена на рис. 43. Кривая тока несинусоидальна и опережает синусоиду магнитного потока на некоторый угол, называемый углом потерь в стали. Максимумы тока и магнитного потока во времени совпадают.

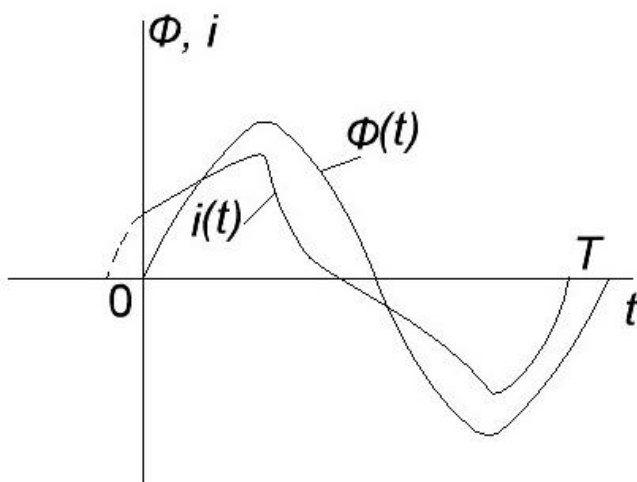


Рис. 43. Ток в катушке с ферромагнитным сердечником с учетом магнитных потерь

Кроме графических методов, для расчета цепей с нелинейными индуктивными катушками используется метод эквивалентной синусоиды. Метод состоит в том, что несинусоидальный ток заменяется эквивалентным синусоидальным током. При этом должны соблюдаться два условия:

действующее значение тока эквивалентной синусоиды должно быть равно действующему значению несинусоидального тока:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + \dots},$$

и активная мощность потерь при эквивалентном синусоидальном токе должна быть равна мощности потерь при несинусоидальном токе. Замена несинусоидального тока эквивалентной синусоидой позволяет при расчете цепи пользоваться комплексным методом расчета и векторными диаграммами.

Действующее значение тока эквивалентной синусоиды можно измерить амперметром, например, электромагнитной системы, а активную мощность потерь в катушке – ваттметром.

Выражение для мгновенного значения тока эквивалентной синусоиды (рис. 44) имеет вид:

$$i_3 = I_m \sin(\omega t + \delta),$$

где δ – угол потерь в стали.

Ток i_3 опережает магнитный поток на угол δ и отстает по фазе от напряжения u идеализированной катушки на угол меньше 90° . Это объясняется активными потерями в магнитопроводе (наличием активной составляющей тока).

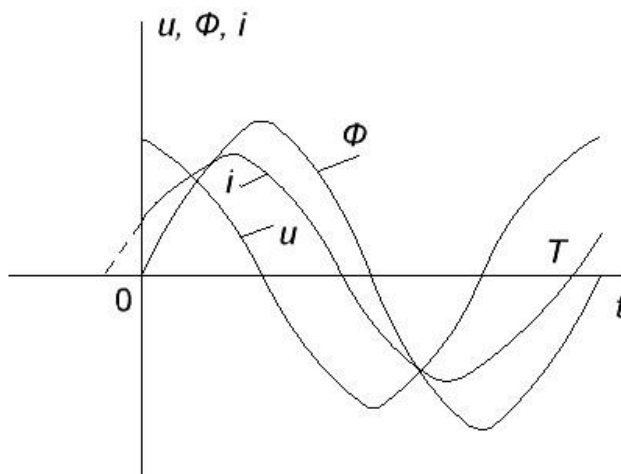


Рис. 44. Ток эквивалентной синусоиды

Как элемент электрической цепи идеализированная индуктивная катушка с ферромагнитным магнитопроводом может быть задана нелинейной вольт-амперной характеристикой $U(I)$ – зависимостью действующего значения напряжения U между выводами катушки от действующего значения тока I эквивалентной синусоиды (рис. 45). Для

идеализированной катушки без учета магнитных потерь индуктивное сопротивление

$$X_0(I) = \frac{E}{I} = \frac{U}{I}.$$

Так как ток растет быстрее напряжения на нелинейном участке характеристики, сопротивление X_0 монотонно уменьшается при увеличении тока.

Для реальной катушки с учетом активного сопротивления обмотки $R_{об}$, индуктивности рассеяния $L_{рас}$, магнитных потерь $P_{мг}$, высших гармоник тока вольт-амперная характеристика несколько отличается от идеализированной катушки. Поэтому индуктивное сопротивление реальной катушки $X_L(I)$ отличается от $X_0(I)$.

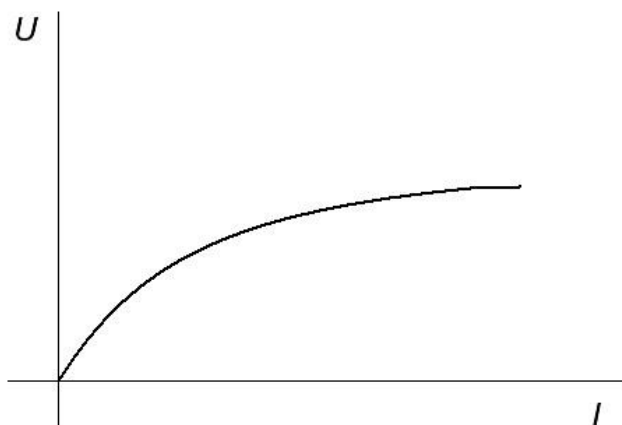


Рис. 45. Вольт-амперная характеристика нелинейной индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником

Рассмотрим расчет параметров схемы замещения индуктивной катушки с ферромагнитным магнитопроводом без учета индуктивного сопротивления рассеяния, но с учетом активного сопротивления обмотки и активных потерь в магнитопроводе.

Комплексное сопротивление катушки

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U}{I} e^{j\varphi} = Z e^{j\varphi} = Z \cos \varphi + jZ \sin \varphi = R_k + jX_k,$$

где U – действующее значение напряжения на зажимах индуктивной катушки;

I – действующее значение тока эквивалентной синусоиды;

$Z = U/I$ – полное сопротивление катушки с ферромагнитным сердечником;

$R_k = Z \cos \varphi$ – эквивалентное активное сопротивление катушки;

$X_k = Z \sin \varphi$ – эквивалентное индуктивное сопротивление катушки.

Угол сдвига фаз между напряжением \dot{U} и током \dot{I} эквивалентной синусоиды определяется из выражения:

$$\varphi = \arccos \frac{P}{UI},$$

где P – активная мощность, потребляемая катушкой с ферромагнитным магнитопроводом.

Эта мощность расходуется на потери мощности в обмотке $P_{об}$ и потери мощности в сердечнике $P_{мг}$. Активная мощность реальной катушки отличается от мощности идеализированной катушки.

Эквивалентные активное и индуктивное сопротивления:

$$R_k = R_{об} + R_0, \quad X_k = X_{рас} + X_0,$$

где $R_{об}$ – активное сопротивление обмотки;

R_0 – сопротивление активных потерь в стальном магнитопроводе на гистерезис и вихревые токи;

$X_{рас}$ – индуктивное сопротивление рассеяния, в данном случае $X_{рас} = 0$;

$X_0 = X_k$ – индуктивное сопротивление идеализированной катушки.

Нелинейность катушки определяется в основном нелинейностью X_0 .

Приведенным уравнениям соответствует последовательная схема замещения индуктивной катушки, изображенная на рис. 46, для которой

$$\dot{U} = \dot{U}_{R_{об}} + \dot{U}_{ик} = R_{об}\dot{I} - \dot{E}.$$

Напряжение $\dot{U}_{ик}$ компенсирует ЭДС самоиндукции \dot{E} . Вследствие падения напряжения на активном сопротивлении обмотки ЭДС $E = U_{ик}$ оказывается меньше напряжения U на зажимах катушки. Участок ab (рис. 46) представляет собой схему замещения идеализированной катушки с учетом магнитных потерь.

Эквивалентное активное сопротивление катушки можно рассчитать через мощность P :

$$R_k = \frac{P}{I^2}.$$

Эквивалентное индуктивное сопротивление катушки

$$X_k = X_0 = \sqrt{Z^2 - R_k^2}.$$

Сопротивление активных потерь в магнитопроводе

$$R_0 = R_k - R_{об}.$$

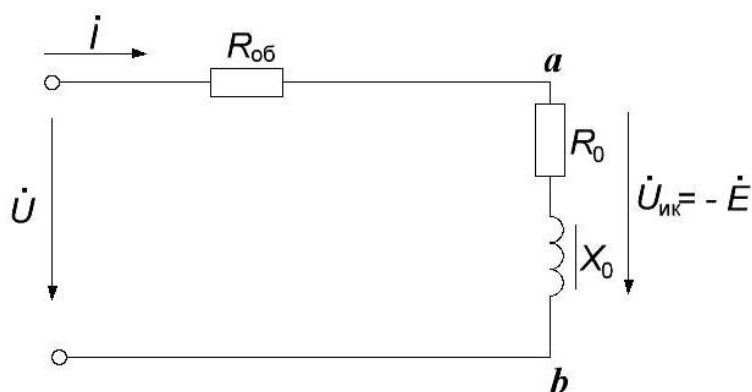


Рис. 46. Последовательная схема замещения индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником

Активные потери в обмотке (потери в меди) и магнитопроводе (потери в стали):

$$P_{об} = R_{06} I^2, \quad P_{мг} = P - P_{об}.$$

Если последовательное соединение R_0, X_0 заменить эквивалентным параллельным соединением с активной и индуктивной проводимостями:

$$G_0 = \frac{R_0}{R_0^2 + X_0^2}, \quad B_0 = \frac{X_0}{R_0^2 + X_0^2},$$

получится схема замещения катушки с ферромагнитным магнитопроводом, изображенная на рис. 47.

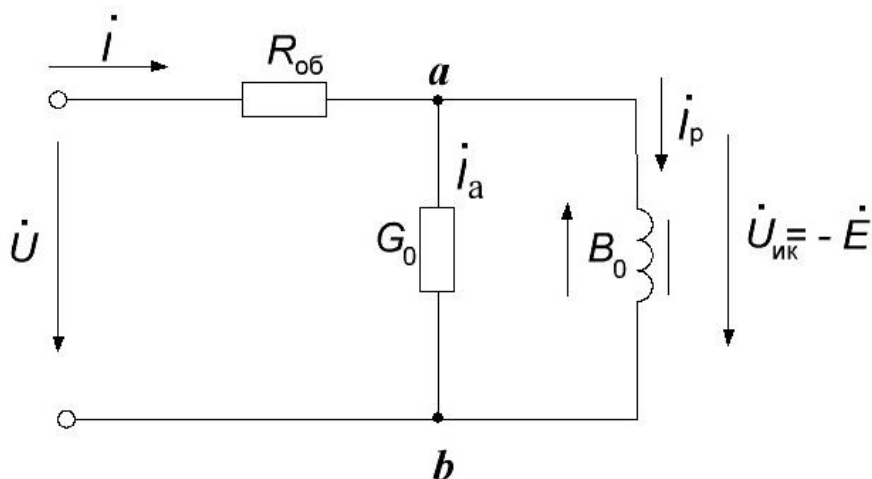


Рис. 47. Параллельная схема замещения индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником

В этой схеме в ветви с проводимостью активных потерь в сердечнике G_0 протекает активная составляющая тока \dot{I}_a (ток потерь в сердечнике), а в ветви с индуктивной проводимостью B_0 – реактивная составляющая тока \dot{I}_p

(намагничивающий ток). Ток \dot{I}_p создает магнитный поток в сердечнике. По величине ток \dot{I}_p намного больше \dot{I}_a . Общий ток рассчитывается как сумма комплексных составляющих:

$$\dot{I} = \dot{I}_a + \dot{I}_p.$$

Для идеализированной катушки:

полная проводимость параллельных ветвей намагничивания и активных потерь в сердечнике $Y_0 = \sqrt{G_0^2 + B_0^2}$;

напряжение $U_{ик} = I/Y_0 = E$;

активная составляющая тока $I_a = P_{мг}/U_{ик} = G_0 U_{ик}$;

реактивная составляющая тока $I_p = B_0 U_{ик} = \sqrt{I^2 - I_a^2}$;

угол потерь $\delta = \arctg I_a/I_p$.

Кроме активной мощности, индуктивная катушка с ферромагнитным сердечником потребляет реактивную мощность Q , которая расходуется на создание магнитного потока.

На рис. 48 изображена векторная диаграмма индуктивной катушки с ферромагнитным магнитопроводом при $X_{рас} = 0$.

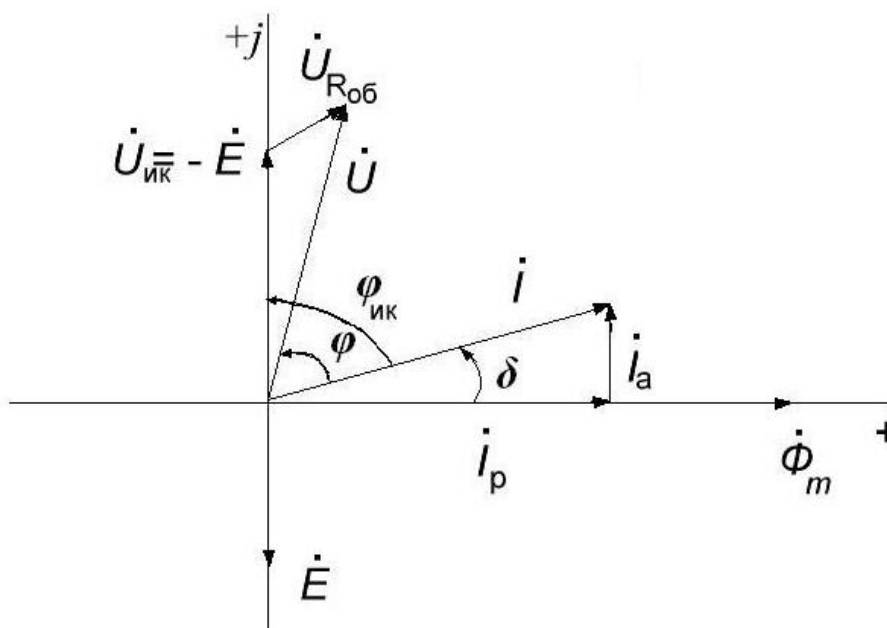


Рис. 48. Векторная диаграмма индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником

Вектор $\dot{\Phi}_m$ соответствует магнитному потоку с нулевой начальной фазой. ЭДС \dot{E} отстает от магнитного потока на 90° , а напряжение $\dot{U}_{ик}$ опережает поток на 90° . Реактивная составляющая тока \dot{I}_p отстает от напряжения $\dot{U}_{ик}$ на 90° и совпадает по фазе с магнитным потоком $\dot{\Phi}_m$. Активная составляющая тока \dot{I}_a совпадает по фазе с напряжением $\dot{U}_{ик}$ и

опережает поток $\dot{\Phi}_m$ на 90° . Комплексное действующее значение тока эквивалентной синусоиды $\dot{I} = \dot{I}_a + \dot{I}_p$ опережает магнитный поток $\dot{\Phi}_m$ на угол потерь δ . С учетом напряжения на активном сопротивлении обмотки $\dot{U}_{R_{об}}$ угол сдвига φ между током \dot{I} и напряжением \dot{U} на зажимах катушки меньше угла $(90 - \delta)$.

В лабораторной работе амплитуда магнитного потока в магнитопроводе рассчитывается по формуле:

$$\Phi_m = \frac{U}{4,44 f w}.$$

Так как активное сопротивление обмотки мало, а индуктивностью рассеяния пренебрегаем, то ЭДС E в обмотке практически равна напряжению U на зажимах катушки. Величина Φ_m получается в этом случае несколько завышенной.

Амплитуда магнитодвижущей силы (МДС) катушки рассчитывается по формуле:

$$F_m = I_m w = I \sqrt{2} w,$$

где I_m — амплитудное значение тока через катушку,
 w — число витков катушки.

Схемы исследуемых электрических цепей

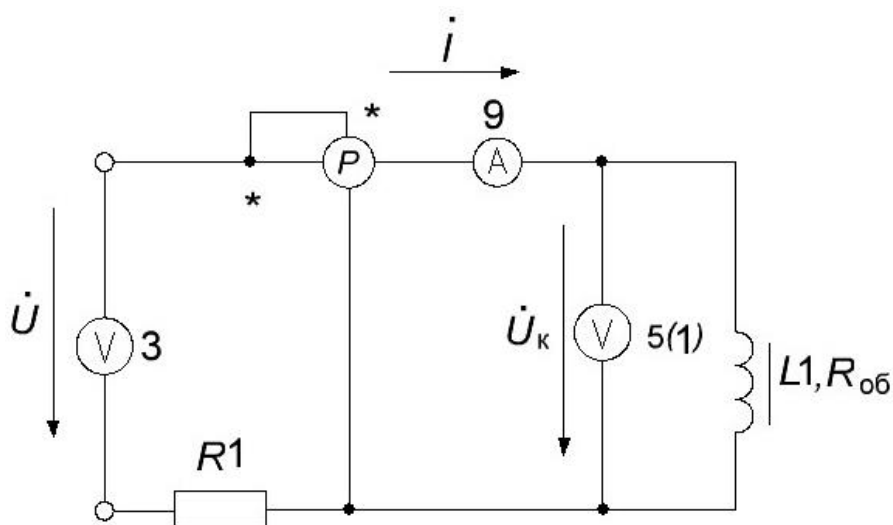


Рис. 49. Схема электрической цепи для определения вебер-амперной характеристики индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником

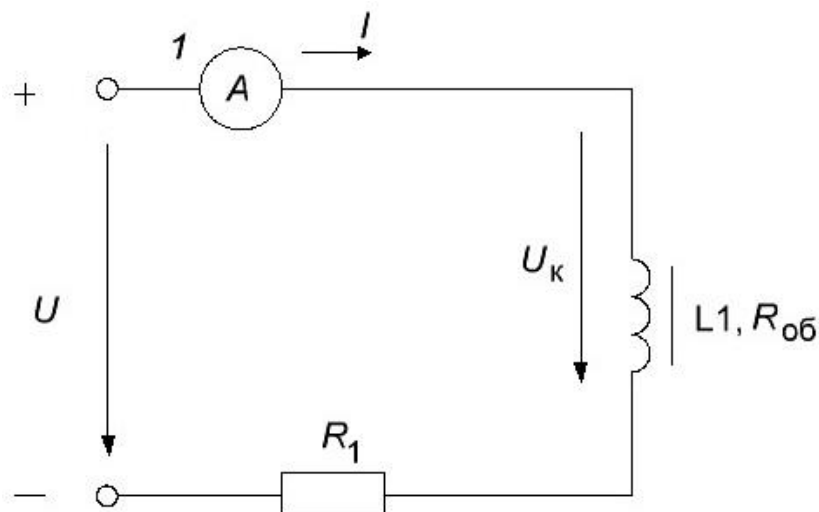


Рис. 50. Схема для определения активного сопротивления обмотки индуктивной катушки

Используемое электротехническое оборудование

Лабораторный автотрансформатор ЛАТР (блок 1);
 выпрямитель с регулируемым напряжением (блок10);
 осциллограф (переносной);
 вольтметры V3, V5;
 амперметры A1, A9;
 вольтметр (переносной);
 индуктивная катушка с ферромагнитным сердечником $L1$ (блок 2);
 резистор $R1$ (блок 2).

Порядок выполнения работы

1. Для снятия вебер- амперной характеристики индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником собрать схему, изображенную на рис. 49.

На вход схемы подать напряжение U с выхода лабораторного автотрансформатора ЛАТР. Ручку переменного резистора $R1$ установить в крайнее левое положение.

Изменять ток в катушке в диапазоне от $(150 \div 200)$ мА до 500 мА с помощью автотрансформатора и переменного резистора $R1$.

2. Включить лабораторный стенд. Увеличивать ток до $340 \div 360$ мА через 40 мА, а затем – через 20 мА. При напряжении U_k на катушке до 30 В использовать вольтметр V5, при более высоких напряжениях – вольтметр V1.

Для каждого тока измерить напряжения U , U_k и активную мощность P . Результаты измерений записать в табл. 10.

Таблица 10

Измерено				Вычислено				
U	U_K	I	P	Φ_m	F_m	$P_{\text{мг}}$	$P_{\text{об}}$	X_L
В	В	мА	Вт	Вб	А	Вт	Вт	Ом

3. Подключить напряжение на резисторе $R1$ на вход канала осциллографа.

При малом и большом токах зарисовать осциллограммы напряжения U_{R1} с указанием масштабов по осям.

4. Для определения активного сопротивления обмотки индуктивной катушки собрать схему, изображенную на рис. 50. В качестве источника постоянного напряжения U использовать выпрямитель блока 10. Ручку переменного резистора $R1$ установить в крайнее левое положение.

Для нескольких значений тока ($150 \div 250$ мА) измерить напряжение U_K на катушке. Результаты измерений записать в табл. 11.

5. Рассчитать параметры последовательной и параллельной схем замещения индуктивной катушки с ферромагнитным магнитопроводом для одного из режимов цепи при несинусоидальной форме тока. Магнитным потоком рассеяния пренебречь. Результаты расчетов записать в табл. 12.

Таблица 11

Измерено		Вычислено	
U_K	I	$R_{\text{об}}$	$R_{\text{обср}}$
В	А	Ом	Ом

Таблица 12

Измерено (табл. 10)			Вычислено						
U_K	I	P	Z_K	φ	$U_{R_{об}}$	R_K	R_0	X_0	G_0
В	А	Вт	Ом	град	В	Ом	Ом	Ом	См

Вычислено							
B_0	Y_0	$U_{ик}$	I_a	I_p	δ	$P_{об}$	$P_{мг}$
См	См	В	мА	мА	град	Вт	Вт

Содержание отчета

1. Цель работы.
2. Исследуемые схемы, результаты измерений и вычислений (табл.10,11,12), расчетные формулы.
3. Осциллограммы несинусоидального тока при незначительных и существенных искажениях формы кривой тока через катушку с ферромагнитным сердечником с указанием масштабов по осям.
 Расчет амплитуд магнитного потока Φ_m в ферромагнитном сердечнике и МДС F_m индуктивной катушки без учета активного сопротивления обмотки и потока рассеяния (табл.10). Число витков катушки $w=100$.
 Вебер-амперная характеристика $\Phi_m = f(F_m)$ индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником.
 Расчет активного сопротивления обмотки катушки (табл.11).
4. Расчет магнитных потерь в ферромагнитном сердечнике катушки с учетом активного сопротивления обмотки (табл. 10).
 График $P_{мг} = f(U_K)$.
5. Вольт-амперная характеристика $U_K = f(I)$ катушки с ферромагнитным сердечником.
 Расчет и график зависимости индуктивного сопротивления катушки от тока – $X_L(I)$.

6. Расчет параметров (табл. 12) для построения векторной диаграммы и схемы замещения (последовательной и параллельной) индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником (без учета потока рассеяния).

Схемы замещения и векторная диаграмма индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником.

Контрольные вопросы

1. Каково назначение ферромагнитного магнитопровода в индуктивной катушке?

2. Какая индуктивная катушка с ферромагнитным магнитопроводом называется идеализированной?

3. Как записать формулу амплитудного значения магнитного потока при синусоидальном напряжении?

4. Почему вебер-амперная характеристика индуктивной катушки с ферромагнитным магнитопроводом является нелинейной?

5. Почему при синусоидальных напряжении и магнитном потоке ток в катушке с ферромагнитным сердечником несинусоидальный?

6. От чего зависит форма несинусоидального тока в индуктивной катушке с ферромагнитным сердечником?

7. Что такое магнитные потери в ферромагнитном сердечнике катушки?

8. Что такое эквивалентная синусоида тока?

9. Как нарисовать схему замещения и построить векторную диаграмму реальной индуктивной катушки с ферромагнитным магнитопроводом?

10. Почему индуктивность катушки уменьшается с увеличением тока?

11. Почему активная составляющая тока в катушке намного меньше реактивной?

Библиографический список

1. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника. – М.: Энергоатомиздат, 2002.
2. Иванов И.И., Соловьев Г.И., Равдоник В.С. Электротехника. – СПб.: Лань, 2006.
3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Гардарики, 2002.
4. Зевеке Г.В., Ионкин П.А. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989.
5. Электротехника / под ред. В.Г. Герасимова – М.: Высшая школа, 1985.
6. Пономаренко В.К. Электротехника.– СПб.: СПбГТУРП, 2011. Ч.III.

Содержание

Введение	3
Лабораторная работа № 1. Переходные процессы в линейных электрических цепях с одним реактивным элементом	4
Лабораторная работа № 2. Переходные процессы в электрической цепи с двумя реактивными элементами.....	18
Лабораторная работа № 3. Нелинейные электрические цепи постоянного тока.....	28
Лабораторная работа № 4. Индуктивная катушка с ферромагнитным магнитопроводом	41
Библиографический список.....	58

Учебное издание

Виталий Константинович Пономаренко

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

ЧАСТЬ II

Лабораторный практикум

Редактор и корректор Басова В.А.

Техн. редактор Титова Л.Я.

Темплан 2013 г., поз.47

Подп. к печати. Формат 60x84/16. Бумага тип №1.

Печать офсетная. Объем печ.л.3,75; уч. – изд.л.3,75. Тираж 80 экз.

Изд.№47. Цена «С». Заказ №

Ризограф Санкт - Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров, 198095, СПб., ул. Ивана Черных, 4.